



TITLE:

システムにおけるスケジュール制御(Dissertation_全文)

AUTHOR(S):

三森, 定道

CITATION:

三森, 定道. システムにおけるスケジュール制御. 京都大学, 1973, 工学博士

ISSUE DATE:

1973-03-23

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.r2253>

RIGHT:

システムにおけるスケジュール制御

三 井 物 産

システムにおけるスケジュール制御

1972.9

三 森 定 道

DOC
1972
17
電気系

ま え が き

計算制御の最近の傾向として、機械設備の自動制御からプラント全体の最適運転といった管理制御までその対象となって来ている。これは経営情報システムと自動制御とを結ぶ中間領域であり、たとえば、生産システムでは生産管理が、交通システムでは運行管理がこれにあたる。

経営管理は本質的に人間の創造活動であり、そこでは、計算機は人間の知的活動の補助手段として用いられるべきものであろう。一方、プロセス制御などの純工学系の自動化は、技術的にはほぼ完成しつつある。それに対して、この中間領域は機械的な論理の適用が本質的に可能であるが、その実現は十分ではない。

純工学系は連続量的な慣性系であり、その運動法則は微分方程式で表わされる場合が多い。一方、管理制御の立場から眺めた場合、生産システムは機械群と加工対象群とから、交通システムは軌道群と列車群とから成る多体問題的な系である。したがって、これらの系の状態は連続量的な関係とともに、組合わせの関係があらわれてくる。そのため、管理制御では、最適な順列、組合わせを求めるといったスケジューリング問題が大きな問題となってくる。

従来、生産システム、輸送システムを中心に、スケジューリング手法の研究が行なわれて来ているが、実用化されているものは極めて少ない。たとえば、生産システムに関しては、 n 仕事 m 機械ジョブショップ問題など古くから研究されているが、その最適解計算法はまだ確立されていない。それは、この種のスケジューリング問題が組合わせ的最適化問題であるため、微分法を基礎とする共通的な最適化手法が適用できないからである。

しかし、実用化されていないのは、最適スケジューリング手法が未解決であるためだけではない。著名なスケジューリング問題は応用数学的に興味ある問題ではあるが、生産システム、輸送システムの今日の問題点の本質を表わしたものととはかならずしも言えない。

ここに、スケジューリング問題を応用数学の立場だけからではなく、今日の生産システム、交通システムの問題点を解決する立場から問題を設定し、最適スケジューリング手法を提案する必要がある。本論文は、これを試みようとするものである。

目 次

第 1 章 緒 論	1
第 2 章 ラインバランス	6
2.1 生産環境の変化	6
2.2 ラインバランス	7
2.2.1 静的ラインバランス	8
2.2.2 動的ラインバランス	10
2.3 第 2 章のまとめ	13
第 3 章 切替生産の最適スケジューリング	15
3.1 切替生産の定式化	15
3.1.1 記号の定義	16
3.1.2 最適スケジュールの定義	16
3.2 最適化のための基礎定理	18
3.2.1 ブランチアンドバウンド法	18
3.2.2 可能領域と射影可能領域	19
3.2.3 可能スケジュールと部分可能スケジュール	21
3.2.4 最適部分スケジュール	23
3.2.5 最適部分スケジュールの存在領域	24
3.2.6 定理 3 の改良	27
3.3 スケジューリングアルゴリズムの構成	28
3.3.1 可能スケジュールの集合の“部分集合”への分割	28
3.3.2 下界計算式	29
3.3.3 フローチャート	30
3.4 計算例	31
3.5 ジョブジョブスケジューリングへの応用	34
3.6 第 3 章のまとめ	36
第 4 章 混合生産の最適スケジューリング	38
4.1 混合生産の典形・・・自動車組立ライン	38
4.2 従来のスケジューリング方式	40
4.3 混合生産の作業モデルと最適性	42
4.3.1 1 作業域コンベヤライン	42

4.3.2	N作業域コンベヤライン	46
4.4	最適解計算法	48
4.4.1	ブランチアンドバウンド法による計算方針	48
4.4.2	下界計算法	49
4.5	最適解計算アルゴリズム	54
4.6	計算例	56
4.7	ストレージ管理方式	59
4.7.1	ストレージ引出し規制	59
4.7.2	ストレージ投入法	60
4.8	第4章のまとめ	61
第5章	最適スケジュールと作業編成	63
5.1	切替生産の作業編成	63
5.2	混合生産の作業編成と最適スケジュール制御	65
5.2.1	自動車組立ラインの作業編成の現状	65
5.2.2	組立ラインへの適用	67
5.2.3	スケジュール制御による作業編成の高充実度化	72
5.3	第5章のまとめ	75
第6章	交通システムにおけるスケジュール制御・・・都市鉄道における運転整理	76
6.1	輸送システム	76
6.2	高密度平行ダイヤ	77
6.3	列車運行と乗客との関係	78
6.3.1	列車遅延の悪循環と運転整理	78
6.3.2	記号の定義	80
6.3.3	停車時分と列車の混雑度	81
6.3.4	各列車の到着・出発時刻と混雑度	83
6.3.5	列車遅延の動特性	86
6.4	最適運転整理方式	92
6.4.1	運転整理の最適性	92
6.4.2	最適運転整理アルゴリズム	93
6.4.3	展開ダイヤ	96
6.5	第6章のまとめ	96

第 7 章 計算機システムにおけるスケジュール制御・・・高信頼化二重系	
計算機システム	99
7.1 制御用計算機のモニタシステムとスケジュール制御	99
7.2 オンライン計算機の信頼性	100
7.2.1 寿命の信頼性	100
7.2.2 情報の信頼性	100
7.2.3 信頼性の評価尺度	101
7.3 マルチコンピュータの自動切替の高信頼化	101
7.3.1 自動切替過程	101
7.3.2 二種類の過誤	102
7.3.3 診断データの作成	102
7.3.4 故障計算機の決定と切り離し	102
7.4 高信頼化二重系計算機システム	104
7.4.1 方式の概要	104
7.4.2 計算結果の同一化	105
7.4.3 復帰方式	111
7.5 信頼性評価	112
7.5.1 評価モデル	112
7.5.2 状態遷移確率	113
7.5.3 信頼性の定量的評価	117
7.6 第 7 章のまとめ	120
第 8 章 結 言	121
謝 辞	122
参 考 文 献	123

第 1 章 緒 論

第 1 章 緒 論

本論文の研究の動機と目的を第 1.1 節に，従来の研究との関連を第 1.2 節に，また研究内容の概要を第 1.3 節に述べる。

1.1 研究の動機と目的

システムに関する定義はいろいろあるが，つぎのように述べることができる。システムは要素の集合であり，その要素の属性の間に相互関係が成立しており，全体としてある目的をはたすものである。すなわち，システムは，“目的”，“要素”，“関係”により構成されるといえる。これらをシステムの三要素と呼ぶ。この定義によれば，人間の作りあげているものは，ほとんどがシステムということになり，ことさらシステムなる概念を議論することが不要に思えてくる。しかし，システム工学の重要性は，システムのこの三要素が純物理的なものから，社会科学的なものをも含むようになったことに起因している。

最近，工学の対象となるシステムの規模が拡大し，社会経済環境への影響が増大している。そのため，システムの構成と運用の最適化をはかるには，純技術的立場とともに，社会科学的考察を加えねばならなくなっている。これまで，システムが，どちらかといえば，純技術的立場だけで作られたために，社会環境を害しているのが，たとえば，公害問題であろう。したがって，従来の工学と社会科学との境界領域としてシステムを扱うことが，システム工学といえよう。

この種のシステムの特徴は，とくに複雑さ，不確実さ，時間依存性にあらわれる。従来の純工学的なシステムの場合には，ほとんどが慣性系を扱っているため，その複雑さも多変数の微積分方程式として表現されることが多かった。しかし，社会科学との境界領域のシステムでは，“組合せ関係”があらわれる。たとえば，生産システム，交通システム，および情報システムにおけるスケジューリング問題，レイアウト問題，管理制御系の構成問題などは，ある評価尺度の下で最適な順列，組合わせを求めるといった組合せ数学 (Combinatorial theory) の応用問題である。

スケジューリングは時間の流れの中での作業の最適化をはかることを目的として各時点

の作業を定めるものであるため、フィードホワード制御を行なうものである。また、そうであるがために、スケジューリング対象とその環境との擾乱に対処できるものでなければならない。したがって、状況変化に応じてスケジュールを作成変更するフィードバック制御の機能をスケジューリングに付加する必要がある。ここに、スケジューリングと制御との一体化、すなわち、スケジュール制御またはダイナミックスケジューリングの概念が生まれてくる。

本論文では、生産システム、交通システム、情報システムを対象とするスケジュール制御問題を議論する。

1.2 従来の研究

スケジューリング問題は、生産工場の作業計画、交通機関のダイヤ作成や運転整理、計算機のモニタリングシステムなど、あらゆる場面にあらわれてくる。しかし、生産システムを除けば⁽¹⁾、スケジューリング問題についての系統だった研究は、ほとんど行なわれていないようである。本論文では、生産システム、交通システム、情報システムを扱うので、ここでは、これらの分野の従来の研究とその問題点とをのべる。

1.2.1 生産システムのスケジューリング問題

生産システムのスケジューリング問題で最も著名なものに、 n 仕事 m 機械ジョブショップ問題²⁾がある。これは、 m 台の異なった機械を持つ工場で、 n 個の異なった製品を製造する場合の、各機械での各製品の加工時刻を決定する問題である。そのとき、各製品の製造のために通過する機械群、その通過順序、そして各機械での作業時間とが与えられている。ただし、 n 個の製品のための材料は、これらの作業を開始する前にはすでに揃っているものとする。とくにこの問題で、各製品を加工する際の機械の通過順序が等しい場合を n 仕事 m 機械フローショップ問題³⁾と呼んでいる。

このスケジューリング問題の目的関数としては、(1)全作業が完了するまでの総所要時間の最小化⁴⁾、(2)納期遅れ時間の和の最小化⁵⁾、(3)機械の稼働率の最大化⁶⁾（遊休時間の最小化）が取られ、スケジューリング手法が研究されている。最適解を求める手法としては、整数型線形計画法⁷⁾とブランチアンドバウンド法⁸⁾とがその主なところである。しかし、整数型線形計画法に問題を完式化しても、変数、条件式の個数が膨大となり実際上解きえな

い ($n = m = 10$ の場合でさえ、変数の個数 $mn^2 = 1000$ 、条件式の個数 $\frac{mn}{2}(n+1) = 550$ となる)⁷⁾。問題の関数構造をうまく利用してブランチアンドバウンド法で解けるのも、 $m = 3$ で、 n が 20 ~ 30 位いまでである。

この種のスケジューリング問題は容易に解きえないために、数学的に興味を呼んではいませんが、実際の生産システムの特徴を反映したスケジューリング問題であるかどうかは疑問である。もともと、情報化社会における生産工場では、安価のための多量生産と多様な消費者要求に対処するための多種生産との両立をはからねばならない。しかも、生産コスト低減をはかるための設備および人間の稼働率の向上が従来にまして要求されている。そのため、多種多量生産をいかに効率良く行なうかという面から生産管理システムをとらえ、スケジューリング問題が提案されなければならない。

1.2.2 交通システムのスケジューリング問題

交通システムの中で、スケジューリングに関連する研究(管理制御といわれる領域の研究)が最も進んでいるのは、道路交通管制⁹⁾であろう。ところで、管理制御の立場から交通システムを眺めるのであれば、それは、“道”、“車”の2種類のものから構成されていると考えてよい。そうすれば、道路交通管制は、“車”の流れを、信号機などにより“道”の容量を時間的に変動させて制御するものといえよう。すなわち、操作変数が“道”である交通システムの管理制御の問題が、道路交通管制である。

操作変数が“車”だけである交通システムの管理制御問題は、運送会社、バス会社の配車スケジューリングにみられ、トラックの配車計画のソフトウェアパッケージ¹⁰⁾が作られ実用化されている。また、バスダイヤ作成アルゴリズムの研究¹¹⁾も行なわれている。

操作変数が“車”と“道”である交通システムの管理制御問題の一例とし、軌道を持つ交通機関の運行ダイヤがあり、国鉄ではダイヤ作成の自動化の研究¹²⁾が行なわれている。

以上では、操作変数が何であるかによって、交通システムの管理制御問題を分類しそれぞれの従来の研究をのべた。しかし、“車”が操作変数となる交通システム(これは、輸送システムといった方がよいかもしれない)では、その目的から集配的輸送、都市内大量輸送、遠距離輸送という分類ができる。集配的輸送は各人貨の輸送要求に応じて“車”を運行させるものであり、タクシーや最近問題となっているデマンドバスがこれにあたる。都市内大量輸送は、地下鉄、環状線がその例であり、大量輸送でかつ近距離輸送であるため“車”の運行密度が高く、駅間距離が短いことが特徴である。遠距離輸送の特徴は、各人貨の輸送距離が長く、都市内大量輸送に比べて“車”の運行密度が低いことにある。

このように、各輸送システムの特性と目的とが異なるために、その運行方式もそれぞれ異ならなければならないはずである。そのような観点から交通システムを見直し、運行スケジューリング問題を提案する必要がある。従来の運行スケジュールの研究は、トラックの配車計画¹⁰などの集配的輸送システムに対するものと、国鉄のダイヤ作成の研究¹²などの遠距離輸送システムに対するものが着手され始めているだけである。都市内大量輸送システムの特徴をつかまえた運行スケジューリング問題は、まだ研究されていないようである。

1.2.3 計算機システムのスケジューリング問題

計算機の大型化と利用法の高度化とのため、計算機の利用効率を高めることが、むずかしくそして重要になってきており、リソースアロケーションを含めたスケジューリングがオペレーティングシステムの主要なテーマの一つとなっている。そのため、タイムシャリング、マルチプログラミング、リアルタイムシステムにおけるスケジューリング手法の研究が盛んに行なわれてきている^{13, 14, 15}。

計算機システムはいわば“情報加工工場”の一種であり、そのスケジューリング問題は生産システムのそれと基本的に同じである。しかし、計算機システムでは、加工対象と管理情報とが同一の機械（計算機）で処理される。そのため、スケジュール計算を簡単化して管理業務のため機械（計算機）の処理能力が食われないようにするだけではなく、管理機構（スケジューリング計算を行なう）の高信頼化が考慮されねばならない。この点の考察は従来は、あまり行なわれてきたとはいえない。

以上、生産システム、交通システム、計算機システムにわけて、スケジューリング研究の状況と問題点を指摘した。その他、従来のスケジューリング研究一般に言えることは、静的な計画問題としてのアプローチがほとんどで、時間の流れの中での動的に変化する環境下でのスケジューリング問題としてのアプローチがほとんど行なわれていないということである¹⁶。

1.3 研究の概要

第2章では、生産システムにおけるスケジューリング制御問題をラインバランシングの立場から分析する。情報化社会では多種多量生産を行なわなければならないため、作業効率化のための負荷バランス（広義のラインバランス）をはかることが、従来になく困難になっている。ここでは、静的ラインバランスと動的ラインバランスなる概念の導入と、ラインバランシングの立場から、切替生産、混合生産、半混合生産などの生産形態と中間在庫との位置づけを行なう。

第3章では、切替生産の最適スケジューリング手法を提案し証明を与える。切替生産の最適スケジュールは、納期条件と生産工程の能力条件とを満足し、段取り損失が最小であるものである。その最適解計算法は、実行可能解の存在領域の幾何的形状を利用してブランチアンドバウンド法で構成する。

第4章では、混合生産の最適スケジューリング手法を提案し証明を与える。混合生産では生産順序により作業負荷のピークが異なる。したがって、混合生産の最適スケジュールは全作業員に対する作業負荷ピークを最小化するものである。その最適解計算法はブランチアンドバウンド法で構成する。

第5章では、作業編成と切替生産、混合生産との関係を議論する。そして、混合生産でありながら、第4章で提案したスケジューリング制御手法を適用すれば、従来より1～2割の高充実度作業編成ができることを示す。

第6章では、交通システムのスケジューリング制御問題として、地下鉄のような都市内大量輸送の運転整理手法を提案する。乗客発生の時間的変動と列車群運行の物理的規制との相互関係によって生じる列車遅延の累積現象の解析を行ない、運転整理手法の評価関数を相前後する列車間の混雑度の“移動分散”として表現し、2次計画法により整理ダイヤを求める方法を提案する。

第7章では、計算機システムのスケジューリング制御機構、すなわちモニタシステムの信頼性を寿命の信頼性と情報の信頼性（フェルセーフ性）の両面から議論し、高信頼化二重系計算機システムとそのスケジューリング制御手法とを提案する。

第 2 章 ラインバランス

第 2 章 ラインバランス

生産システムは、図 2.1 に示すように生産工程とその管理制御システムとから成るピラミッド構造^{1), 2)}をとるのが普通である。この管理制御システムは、プロセス制御、生産管理、経営の 3 段階の階層をとる。生産システムでのスケジュール制御は、この生産管理での計算機による自動化の問題である。

情報化社会では、消費者要求の多様化に対処するため、多種生産と多量生産との両立をはからなければならない。そのため、生産工

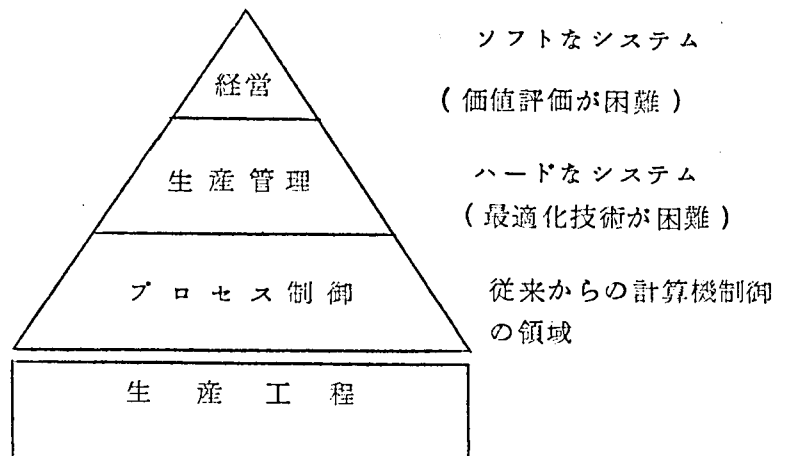


図 2.1 生産システムのハイアラーキー

程の負荷バランス (広義のラインバランス) をはからなければならない。ここでは、ラインバランスの立場から、生産システムでのスケジュール制御問題の位置づけを行なう。

2.1 生産環境の変化

自動車工業にコンベヤ生産方式がとり入れられた時代には、多種生産と多量生産とは相反するものであると考えられていた。多量生産をおこない生産コストの低減をはかるためには、少品種でなければならないというのが生産方式の常識であった。多種多量の製品が生産されているのは過渡的、例外的な事態であって、生産コストの低減のためにそのうち少数の標準製品に落ち着くはずであると考えられがちであった。しかし、現在は規格品だけを作って売れる時代ではない。流れ作業方式の導入によって、機能的に満足できる製品を安価に多量に供給できるようになったが、人間の欲求はそこにとどまらず、個別の多様な要求を満足する製品を求めるようになってきている。安価と製品の多様化を満すためには多量生産と多種生産との両立をはかる必要がある。

消費者の要求が多様化するのには必然だからといって、無秩序に何んの工夫もなく製品の種類を増やしたのでは、部品の種類が膨大となり生産管理が不可能となる。多種多量生産の一つの典形である自動車工業では、部品を徹底的に規格化し組立の過程でこれら部品の組合わせによって多様化をはかるという方式がとられている。仮りに、20個の部品から組立られる製品で、各部品が2種類とするば、 2^{20} （約100万）種類の製品が作れる勘定になる。したがって、製品の種類の多いこと自体は生産管理上致命的な問題でなく、部品の種類の多いことが問題であると理解できよう。

2.2 ラインバランス

ラインバランスは狭い意味では、コンベヤラインに作業割りつけを行なう設備計画の問題である⁽⁴⁾。その本質は、各作業者の負荷バランスをはかり生産工程全体としての作業効率の最大化をはかることにある。一般に、機種ごとに各工程の負荷が異なるため、多種生産では負荷バランスをはかることが複雑となる。

負荷バランスをはかる方法としては、設備計画に中心を置く方法と、機種投入順序（生産スケジュール）に中心を置く方法とがある。前者を静的ラインバランス、後者を動的ラインバランスと呼ぶことにする。つぎに、表2.1にしたがって、両者を説明しよう。

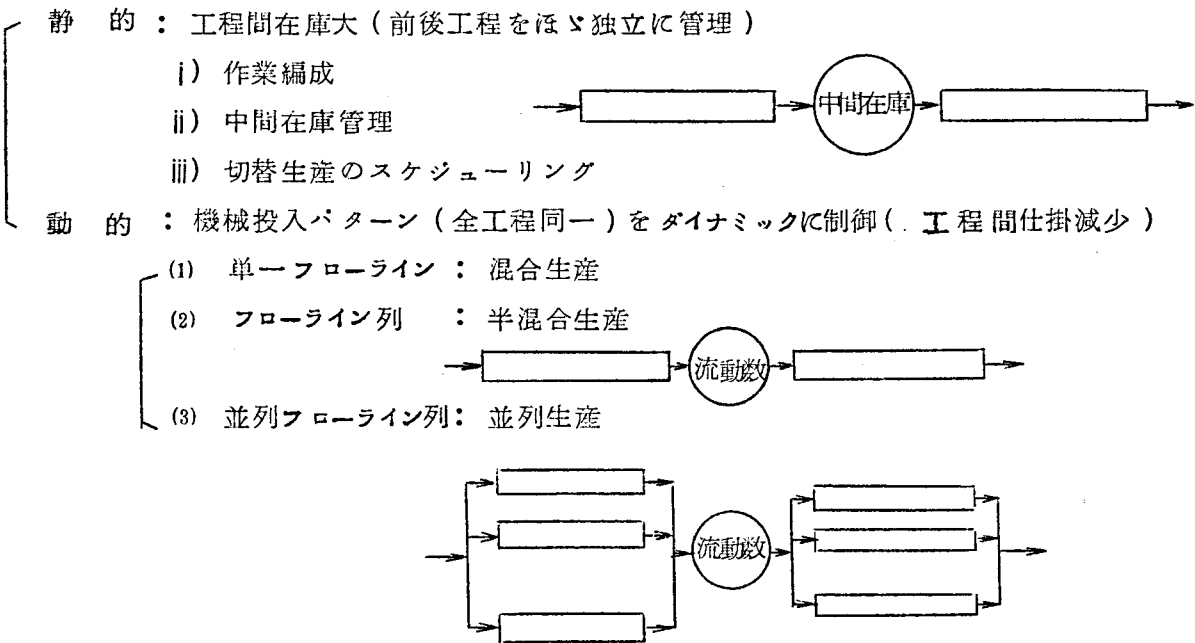


表2.1 静的，動的ラインバランス

2.2.1 静的ラインバランス

静的ラインバランスは、単一工程に対するもの、工程列に対するものがある。単一工程に対する典型的な問題はコンベヤラインの作業編成の問題⁴⁾である。工程列についていえば、工程間の負荷バランスをはかるために、工程間に大きな中間在庫を設けるのが、静的ラインバランスの方法である。この中間在庫によって、両工程の結合度が弱まり、各工程の運用スケジューリングがほとんど独立に作成できる。各工程の運用スケジュールの最適性は、作業編成の切替回数（それにともなう損失）の最小化となる。このスケジューリング問題を切替生産のスケジューリング問題と呼ぶことにする。

つぎに、中間在庫管理と切替生産の最適スケジューリングとについて簡単に述べる。

(1) 中間在庫管理

従来の在庫理論⁵⁾は、消費者側と倉庫側との立場から議論されているが、供給側（生産者側）に及ぼす影響が必ずしも考慮されているとはいえない。これは、各製品別に発注損失（段取り損失）、在庫損失、品切れ損失の和を最小化することを目的として、各製品の発注ロット（生産ロット）、発注時点（生産時点）、在庫量を決定している。しかし、各種製品の生産要求の競合からくる負荷変動を抑えることが考慮されていないため、供給側が自己の生産工程であって中間在庫（工場の製品倉庫、工程間の在庫）を必要とする場合には適用できない。

中間在庫は、下流工程（あるいは市場）の生産スケジュール（あるいは需要変動）に対する上流工程への低域ろ波器と考えることができる。下流工程が生産工程である場合には、その生産能力は、さらに設備投資が行なわれない限り、生産機種による違いはあるにしても、ほとんど一定である。また、下流工程が市場でも、小中日程をたてる程度の時間内では、個々の製品の需要は変動しても、総需要はほとんど一定と考えて良い。一方、下流工程と同じ理由で、上流工程の生産能力も一定である。したがって、短期間では中間在庫の総和は一定となる。この総和、すなわち総在庫量は、上流工程の下流工程に対する平均先行日数といえる。

つぎに、この平均先行日数をいくらと決めるべきかを考えよう。平均先行日数を S 、需要パターンを D とすると、段取り損失（段取り作業量）は、 $f(S, D)$ となる。 f は S の減少関数であり、 D の増加関数であることは、ほとんど明らかである。需要 D に対する生産が可能であるためには、次式が満足されねばならない。

$$D \text{ に対する実効作業量} + f(S, D) \leq \text{生産能力} \quad (2.1)$$

上式より、生産可能であるための平均先行日数 S の下限値 S_0 が求まる。すなわち

$$S \geq S_0 \quad (D, \text{生産能力}) \quad (2.2)$$

この S_0 を限界平均先行日数、あるいは限界在庫量⁶⁾と呼ぶことにする。

以上の議論の帰結として、静的ラインバランスにおける在庫管理と生産スケジューリングとの関係は、つぎのようになる。

(1) 需要パターンの変動（景気変動、生産機種の変更）に対する限界在庫量の制御（すなわち、上流工程に対する生産要求量・・・時間の関数としての・・・の決定）

(2) (1)で求めた生産要求量を需要とみなして、上流工程の生産スケジュールをたてる。

式(2.2)より、限界在庫量は需要パターン D の変動で増減しなければならないが、この増減には生産所要日数のための時間遅れがあることと、需要予測の確度との関連で、(1)の制御を行なわねばならない。(2)は、つぎに概要を述べる切替生産のスケジューリングである。

(2) 切替生産のスケジューリング^{7), 3)}

生産工場内の在庫問題を、個々の製品（または部品）の在庫量をいかにするかというのではなく、全製品（部品）の平均先行日数をいかに制御するかという問題としてとらえよう。そして、この切替生産の最適スケジューリング問題として、個々の製品（部品）の生産ロットがはじめて決定される。ここでは、限られた生産能力の中で、全機種の競合を考慮して生産スケジュールがたてられる。つぎに、この問題の定式化を与える。

問題の本質をそこなわず定式化を単純化するために、時刻の量子化と生産量（需要量）の正規化を行なう。すなわち、時刻 τ は $1, 2, \dots, t$ なる自然数で表現し、各製品の生産量（需要量）はその単位時間当りの生産量で正規化する。これにより、単位時間当りの生産量は製品にかかわらず1となる。つぎに、記号の定義を行なう。

$I_n \equiv (1, 2, \dots, n)$; 製品名の集合

$D(\tau) \equiv (d_1(\tau), d_2(\tau), \dots, d_n(\tau)); \tau \in [0, t]$ 時刻 τ における各製品の累積需要量, $[0, t]$ はスケジュール期間, ただし, $D(0) = \phi$; ϕ は零ベクトル

$\Gamma \equiv (\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n)$: 各製品の段取り一回当りの損失

$X(\tau) \equiv (x_1(\tau), x_2(\tau), \dots, x_n(\tau)); \tau \in [0, t]$ 時刻 τ において各製品の累積生産量

一般の生産工程もマクロに眺めれば、フローラインとみなせるため、フローラインの切

替生産のスケジューリングが基本問題となる。生産量の正規化と一時点では一機種だけしか生産できないこととのため、次式が成立しなければならない。

$$\sum_{i \in I_n} x_i(\tau) = \tau \quad ; \quad \tau \in [0, t] \quad (2.3)$$

これは、生産工程の能力条件といえるものである。さらに、各機種の各時点での累積生産量は、その累積需要量を満足しなければならないため、次式が成立しなければならない。

$$x_i(\tau) \geq d_i(\tau), \quad \tau \in [0, t], \quad i \in I_n \quad (2.4)$$

これは納期条件である。

式(2.3)より、 $\sum_{i \in I_n} x_i(t) = t$ であるが、一般には $\sum_{i \in I_n} d_i(t) \leq t$ である。したがって、スケジュール期間 $[0, t]$ の最終時点までに、 $t - \sum_{i \in I_n} d_i(t)$ なる余力(先行日数にあたる)がある。この余力をどの機種の生産にふりあてるかは、 $D(\tau); \tau > t$ の需要予測から決めるべきである。この余力のふりあては、製品別最終生産量 $A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ なる量で指定する。したがって、 A は、 $\sum_{i \in I_n} a_i = t$, $A \geq D(t)$ を満し、

$$x_i(t) = a_i \quad ; \quad i \in I_n \quad (2.5)$$

が成立しなければならない。これを終端条件と呼ぶ。

以上から、切替生産の最適スケジュールは、式(2.3)~(2.5)の条件の下で

$$\sum_{i \in I_n} \tau_i \times \{ \text{製品 } i \text{ の切替回数} \} \quad (2.6)$$

を最小にする $X(\tau); \tau \in [0, t]$ である。製品 i の切替回数は、 $x_i(\tau); \tau \in [0, t]$ だけで決まる。すなわち、 $\frac{1}{2} \sum_{i \in I_n} \sum | \Delta^2 x_i(\tau) | \cdot (\text{ただし } x_i(-1) = x_i(0), x_i(t+1) = x_i(t), \Delta x_i(\tau) = x_i(\tau+1) - x_i(\tau))$

この問題の詳細な議論は、第3章で述べる。

2.2.2 動的ラインバランス

単一フローラインで多機種を生産する場合に、作業編成を変更し生産効率を高める静的ラインバランスの方法は先きに述べた。この方法では、生産機種の増加、棚卸し資産減少のために機種切替頻度が増加すると、切替ごとの作業編成の時間的ロスのために、その最適化を行なうことが不可能となる。そこで、作業量の異なる多機種を混合して生産し負荷バランスをはかる方法が考えられる。これが混合生産であり、自動車組立ラインにみられる生産形態である。

自動車組立ラインは、いくつかのコンベヤラインの列から成り、各コンベヤラインの間

には、前後工程の流れの調整をはかるための数10台の半製品が格納できるストレージがある。一つの基本工程は、一つのストレージと N 個の作業域を持つコンベヤラインとから成る。(図2.2)各作業域では、作業員はコンベヤ上の半製品の移動に伴って動きながら加工を加えていくが、自己の作業域内では作業はできない。

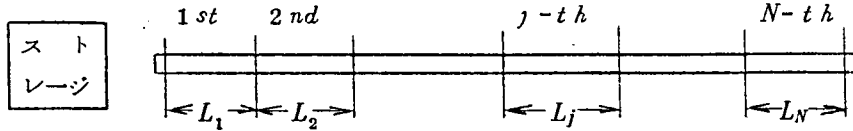


図2.2 N -作業域コンベヤライン

半製品の集合 $J \equiv (1, 2, \dots, n)$ を $\{l_1, l_2, \dots, l_n\}$ なる順序でコンベヤラインに流した場合の、ある作業域 j での作業状態を示したのが、図2.3である。図の $P_i, P_i'; i = 1, 2, \dots$ は半製品に加工を加えている状態を、 P_i', P_{i+1} は次の半製品の処理のために後方に戻っていく状態を示す。ただし、 P_2', P_3 では、作業域の先端に戻っても次の半製品が流れて来ていない。すなわち $P_3'' P_3$ で示される時間の無作業が生じている。
 $P_i, P_{i+1}; i = 1, 2, \dots$ の長さがそれぞれ異なっているのは、加工対象が一台ずつ異なるため、作業時間の異なることを示している。

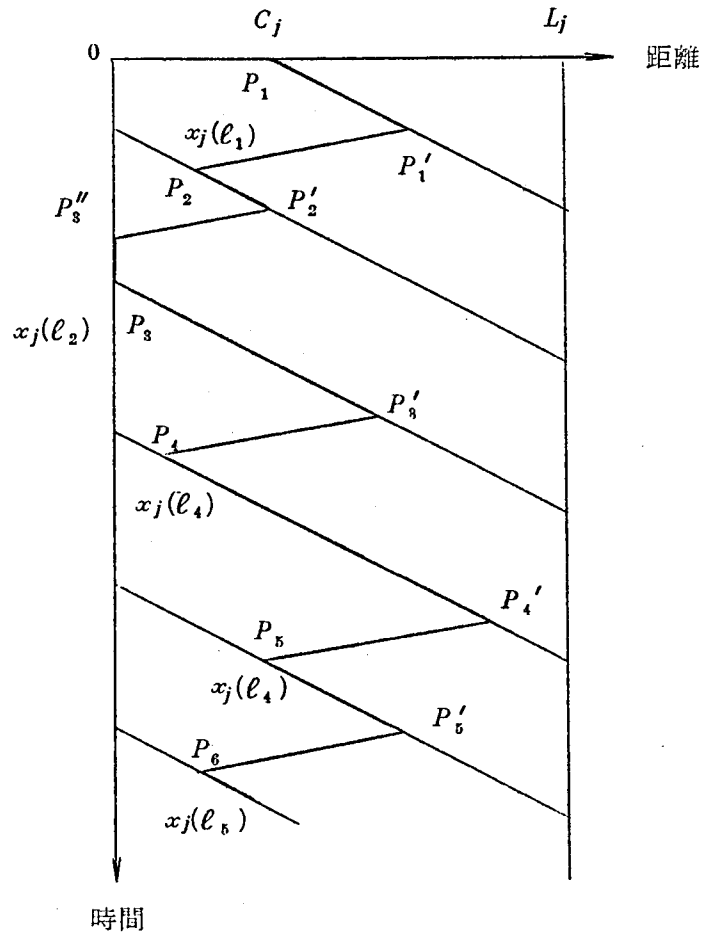


図2.3 作業員の移動軌跡
(第 j -th 作業域)

全作業員の作業状態を表わす $X(l_i)$
 $\equiv (x_1(l_i), x_2(l_i), \dots, x_N(l_i))$
に対して、次の関係が成立する。(図2.3参照)

$$\left. \begin{aligned} X(l_i) &= \max [X(l_{i-1}) + \Delta l_i, \phi], \quad i=1, 2, \dots, n \\ X(l_0) &= C \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

ここで $\Delta l_i \equiv (\Delta l_{1i}, \Delta l_{2i}, \dots, \Delta l_{Ni})$ は、各作業域における半製品 l_i の作業

時間で定まる値であり、 C は半製品の集合 J の作業を開始する直前の全作業員の作業状態を示す。ただし、これらの値は各作業域の長さで正規化されている。

ところで、ある半製品の作業終了地点から作業域の終端までの距離は、この作業に対する作業余裕と考えられる。この余裕が大きいほど作業ミスが生じて、コンベヤ停止となる危険は少なく、しかもコンベヤスピードを増加（別の表現を行えば、作業編成の高充実度化）、したがって、生産量を増加させることが可能となる。

以上から、ストレージからコンベヤラインへの半製品の投入順序（スケジュール）の最適性は、次のように定義できる。

最適スケジュール $[\ell_1, \ell_2, \dots, \ell_n]$;

$$\min_{[\ell_1, \ell_2, \dots, \ell_n] \in B} \max_{i=1 \sim n} \max_{j=1 \sim N} x_j(\ell_i) \quad (2.8)$$

ただし、 P_J は J の順列集合

この問題は、第4章で詳述される。

(2) フローライン列・・・半混合生産の最適スケジューリング

図2.4に示す生産工程で、
工程間に中間在庫を持たず、
上下両工程を同一ロットで生産
するとしよう。一般に、各
機種¹⁾の上下両工程の生産能力
が異なっているため、上下両
工程を同一ロットで生産すれ
ば、各製品の生産スピードは

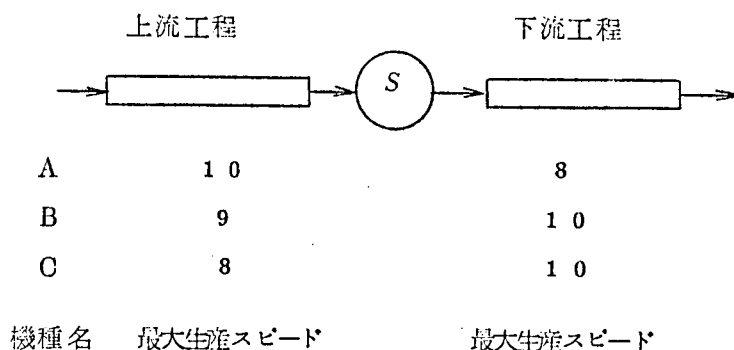


図2.4 フローライン列

遅い方の工程で定まってしまう。図2.5の例では、製品A、B、Cの生産に対して、生産スピードはそれぞれ8、9、8となり、各々の場合、上流工程、下流工程、下流工程が能力以下で作業をすることになる。

各機種²⁾の各工程での生産スピードをそれぞれの最大値に保つには、工程間の流動数 S が与えられた上下限値の間に入る、すなわち、流動数 $S \leq M$ （一定値）、かつ無作業 = 0 となるように、生産機種を切替えて生産すればよい。説明を容易にするため、納期を無視して、この事情を図2.5で説明する。

時刻0から機種Aを生産し続けると、単位時間毎に2（＝上流工程の生産スピード－下

流工程の生産スピード) づつ流動数 S が増加し、時刻 t_1 で上限値 M に達する。ここで、流動数 S を減らすために、機種 B を生産することになる。時刻 t_2 で流動数 S が零になるため、これ以上機種 B を生産すれば、下流工程に無作業が生じるので、機種 A に生産機種を切替えることになる。

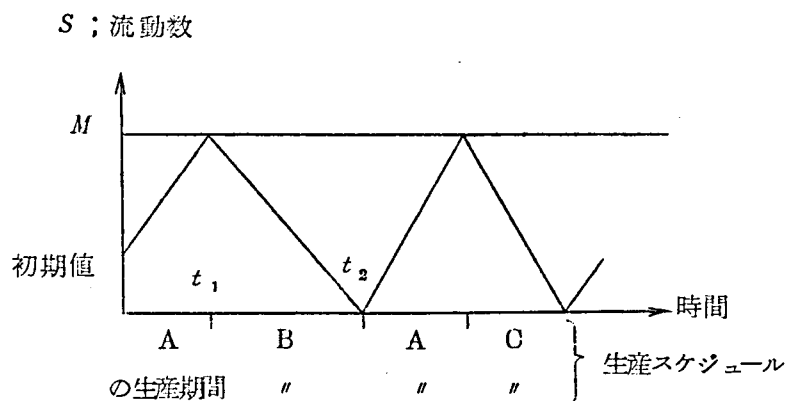


図 2.5 半混合生産の説明図

このような生産方式は、混合生産と切替生産との両方の性質を持っているため、半混合生産と呼ぶことにしている。半混合生産の最適スケジュールは、“納期条件，能力条件，流動数 $\leq M$ ，無作業 = 0 の条件の下で，切替損失を最小にするスケジュール”ということができる。

(3) 並列フローライン列

表 2.1 に示した並列フローライン列についても、フローライン列の場合と同種の方法で動的にラインバランスをはかることができる。ただし、この場合には多機種を並列的に生産工程に投入して、その比率を時間的に変動させて負荷バランスをはかることができる。

2.3 第2章のまとめ

第2章で明らかにした事項は次の通りである。

- (1) 情報化社会における生産の特徴は、多種生産と多量生産との両立である。
- (2) 多種多量生産におけるスケジューリングの最大の目的は、負荷バランシングである。
- (3) 負荷バランスをはかるには、工程編成，中間在庫などの設備計画による方法と，作業工数の異なる多機種を適当に混合して流すことによる方法とがある。前者を静的ラインバランス，後者を動的ラインバランスと呼ぶ。
- (4) 静的ラインバランスでのスケジューリングの目的は、工程編成の変更回数をへらし、それによる損失を最小化することである。各工程に対してこれを行なうものが切替

生産のスケジューリング（第3章），工程間でこれを行なうものが中間在庫管理である。

(5) 中間在庫の負荷 バランスの機能は，前後工程間の平均先行日数（平均在庫量）で評価すべきであり，その機能をはたしうるための下限値，すなわち限界平均先行日数（限界在庫量）が存在する。

(6) 動的ラインバランスには，各工程単位に行なう混合生産のスケジューリング（第4章）と，工程列についての半混合生産のスケジューリングとがある。

(7) 半混合生産のスケジューリングとは，ロットおよび生産順序は全工程同一 かつ工程間の流動数はある範囲に入れるという条件の下で，生産機種切替を最小とするものである。

第 3 章 切替生産の最適スケジューリング

第 3 章 切替生産の最適スケジューリング^{1), 2)}

一台のフローラインでの切替生産の最適スケジューリング手法と、ジョブショップ工程への適用法とを提案する。

3.1 切替生産の定式化

切替生産での従来のスケジューリング手法の研究は、つぎの二つの方法で行なわれて来ている。

(1) 各製品別に、与えられた需要の下で在庫損失と段取り損失との和を最小とする経済ロットサイズの決定^{3), 4)}

(2) 各製品のロットサイズは既知とし、納期条件または全ロットの生産時間の最小化条件を満たす生産順序の決定^{5), 6)}

しかし、(1)では多種の製品による生産設備の競合と、需要の変動が考慮されていない。したがって、(1)と(2)は同時に決定されなければならない。

最近、フローラインの切替生産として、この点を考慮したスケジューリング手法が発表された⁽⁷⁾。しかし、つぎの2点に難点がある。

(1) 段取り損失が全製品について同一としている。

(2) 計算時間が長い。

ここでは、製品により段取り損失が異なる場合が扱え、しかも最適解探索時間を大巾に短縮する手法を提案し証明を与える。

問題の本質をそこなわず、一般的に問題を解くために、つぎの二つの前提をおく。

(1) 時刻の量子化

(2) 生産量の正規化

したがって、時刻 t は $1, 2, \dots, T$ なる自然数で表現され、各製品の生産量はその単位時間当りの生産量で正規化する。これにより、“1”なる時間当りの生産量は生産機種にかかわらず“1”となる。

3. 1. 1 記号の定義

- (i) $I_n = (1, 2, \dots, n)$: 製品機種名の集合 (機種数を n とする)
- (ii) $D(\tau) = (d_1(\tau), d_2(\tau), \dots, d_n(\tau))$: 時刻 τ における累積需要量ベクトル
 $d_i(\tau)$; $i \in I_n$: 製品 i の時刻 τ における累積需要量
 $D(0) = \phi$; ϕ : 零ベクトル
- (iii) $X(\tau) = (x_1(\tau), x_2(\tau), \dots, x_n(\tau))$: 時刻 τ における累積生産量ベクトル
 $x_i(\tau)$; $i \in I_n$: 製品 i の時刻 τ における累積生産量
- (iv) $\{X(\tau); \tau \in [0, t]\}$: スケジュール期間 $[0, t]$ の生産スケジュール, 略して, $\{X\}$ とかく。
 $\{x_i(\tau); \tau \in [0, t]\}$: スケジュール期間 $[0, t]$ における製品 i の生産スケジュール, 略して $\{x_i\}$ とかく。
- (v) $C(\{X\}) = (C_1(\{X\}), C_2(\{X\}), \dots, C_n(\{X\}))$: $\{X\}$ の段取り回数ベクトル
 $C_i(\{X\})$, $i \in I_n$: $\{X\}$ の製品 i に対する段取り回数
- (vi) $\Gamma = (r_1, r_2, \dots, r_n)$: 段取り損失係数ベクトル
 r_i ; $i \in I_n$: 製品 i の段取り損失係数 (製品 i の段取り 1 回当たりの損失)
- (vii) $L(\{X\}) = (L_1(\{X\}), L_2(\{X\}), \dots, L_n(\{X\}))$: $\{X\}$ の段取り損失ベクトル
 $L_i(\{X\}) = r_i \cdot C_i(\{X\})$

3. 1. 2 最適スケジュールの定義

1 台のフローラインでの切替生産を考察していることと, 上述のように生産量を正規化しているため, 単位時間当りでは 1 機種だけが 1 単位生産される。したがって, スケジュール期間を $[0, t]$ とすれば, ある $i \in I_n$ に対して,

$$\Delta X(\tau) \equiv X(\tau+1) - X(\tau) = e_i, \quad X(0) = \phi, \quad X(t+1) = X(t); \quad \tau \in [0, t],$$

$$i \in I_n \quad (3.1)$$

ただし, e_i : 第 i 単位ベクトル, ϕ : 零ベクトル

が成立する。 $\tau = 0, 1, 2, \dots, \tau-1$ について式 (3.1) を辺に加え合わせて, 両辺のノルムを取れば,

$$\|X(\tau)\| = \tau, \quad \tau \in [0, t] \quad (3.2)$$

をうる。ただし, ベクトル $A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ のノルム $\|A\|$ を, $\|A\| = \sum_{i=1}^n |a_i|$

と定義している。式 (3.1), (3.2) はフローラインの生産能力を示すものであり、能力条件と呼ぶことにする。

生産は需要を満たさなければならないため、次式

$$X(\tau) \geq D(\tau), \quad \tau \in [0, t] \quad (3.3)$$

が成立せねばならない。ただし、式 (2.3) は

$$x_i(\tau) \geq d_i(\tau), \quad \tau \in [0, t], \quad i \in I_n \quad (3.4)$$

を意味する。式 (3.3), (3.4) は納期条件と呼ぶことができる。

スケジュール期間 $[0, t]$ では、式 (3.2) より $\|X(t)\| = t$, すなわち全製品の和として t なる量を生産できる。しかし、 $\tau = t$ に対して式 (3.3) の両辺のノルムを取って、式 (3.2) を代入すると $\|D(t)\| \leq t$ がえられるが、この式は、 $t - \|D(t)\|$ なる生産の余力があることを示し、この余力でいかなる製品を作っておいてもよい、すなわち、製品別最終生産量 A として、自由度があることを示している。 $A - D(t)$ は需要 (確定している) 以上に作る量であるから、これは政策的に決めるべき問題であり、 A は与えられるものと考えられる。 A は明らかに、

$$\|A\| = t, \quad A \geq D(t) \quad (3.5)$$

を満たす定数ベクトルであり、スケジュール $\{X(\tau); \tau \in [0, t]\}$ は

$$X(t) = A \quad (3.6)$$

を満足しなければならない。式 (3.6) を終端条件と呼ぶことにする。

フローラインの最適スケジュールは、能力条件、納期条件、終端条件を満足し段取り損失が最小であるものである。これを形式的に述べると、つぎの定義となる。

定義1 (最適スケジュール)

スケジュール期間 $[0, t]$ に対して、 $D(\tau); \tau \in [0, t]$ と、 $\|A\| = t, A \geq D(t)$ を満足する A が与えられているとき、

$$\min_{\{X\}} \|L(\{X\})\| \quad (3.7)$$

$$\text{ただし, } X(\tau) \geq D(\tau) \quad (3.8)$$

$$dX(\tau) = e_i; \quad i \in I_n, \quad \tau \in [0, t] \quad (3.9)$$

$$X(t) = A \quad (3.10)$$

を満足する $\{X\}$, すなわち $\{X(\tau); \tau \in [0, t]\}$ が最適スケジュールである。

3.2 最適化のための基礎定理

定義 1 で示した最適スケジュールをブランチアンドバウンド法⁽⁸⁾ (Branch-and-Bound Method: 略してBBM) で求めるのが以下の目的である。

3.2.1 ブランチアンドバウンド法

次のような一般的な最小化問題についてBBMの手法を説明する。

問題 P : $\min_{x \in S} R(x)$ とする x を求めよ
ただし, S は実行可能解の集合

BBMによる最適解探索過程は, 図

3.1 の“木”によって表現できる。

問題 P の実行可能解の集合を何んらかの基準により, S_1, S_2 の二つの部分集合に分割する。つぎに, 問題 P の x の領域が S_1 または S_2 に制限されたときの目的関数 $R(x)$ の下界 $LB(S_1), LB(S_2)$ を計算する。

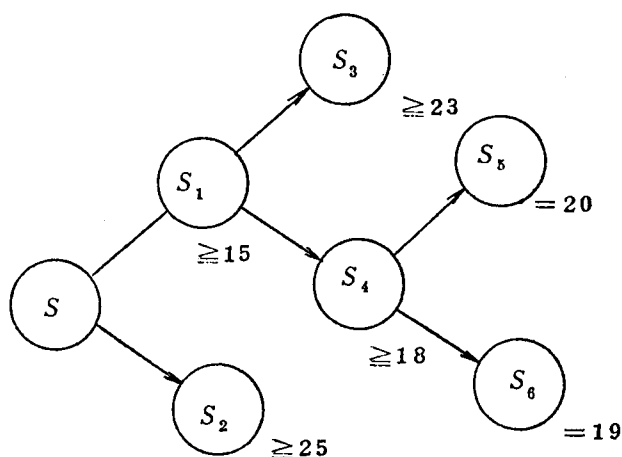


図 3.1 ブランチアンドバウンド法の説明図

(図 3.1 では $LB(S_1)=15$, $LB(S_2)=25$) この段階の“木”の先端で最小の下界を持つ部分集合をさらに分割する。図 3.1 では S_1 を S_3 と S_4 とに分割し, これらに対し下界を計算している。このように, 実行可能解の部分集合を逐次分割し下界を求めていけば, ついには実行可能解を 1 つだけしか含まず最小の下界 (この場合には, その 1 つの実行可能解の目的関数の値) を持つ部分集合をうることができる。図 3.1 では, この部分集合は S_6 であり, それが最適解である。

上記の説明では, 実行可能解の部分集合への分割として 2 分割を行なっているが, これは何分割でも良い。分割の仕方は最適解に到達するまでの計算時間, 特に最小値に近い下界が容易に計算できるか否かという点から定められるべきである。このように, BBM の考え方は極めて単純であり有用であるが, 実行可能解の分割法と下界の計算式とは問題ごとに考案しなければならない。とくに, 下界が真の最小値に近くなければ, すべての実行可能解をあたることにもなりかねないため, 下界計算式の定め方は大切である。

本論文では定義 1 で与えた問題に対して, BBM を適用するが, 実行可能解の集合の分

割法は文献(7)と同一の方法を用いる。まず、下界計算式導出のための基礎定理を求める。

3.2.2 可能領域と射影可能領域

$\{x_i(\tau); \tau \in [0, t]\}$ の存在する直積空間を $X_i * T$ で示すと、 $\{X(\tau); \tau \in [0, t]\}$ の存在する直積空間は、 $X_1 * X_2 * \dots * X_n * T$ であらわされる。

定義2 (可能スケジュールと可能領域)

スケジュール期間 $[0, t]$ に対して、需要 $D(\tau); \tau \in [0, t]$ が与えられているとき、 $X(\tau) \geq D(\tau)$, $X(\tau) = e_i; i \in I_n, \tau \in [0, t], X(t) = A$ を満足するスケジュール $\{X(\tau); \tau \in [0, t]\}$ を可能スケジュール、すべての可能スケジュールの存在領域を可能領域 ($F_A[0, t], F[0, t], F_A, F$ と表わす) という。

定理1 (可能領域の存在条件)⁷⁾

可能領域 $F[0, t]$ が空でない、すなわち $F[0, t] \neq \emptyset$ であるための必要十分条件は

$$\|D(\tau)\| \leq \tau; \quad \tau \in [0, t] \quad (3.11)$$

である。

証 明

式(3.11)が成立しなければ、任意の τ 時刻までの累積需要 $\sum_{i \in I_n} d_i(\tau)$ がその時刻までの生産能力 τ を越えてしまい生産は不可能である。したがって、可能スケジュールは存在しない。式(3.11)が成立すれば、納期の早い順に各機種の生産を行なうつぎのようなスケジュールが存在する。いま、 $\delta_i(\tau)$ を時刻 τ を納期とする製品 i の需要量とする。したがって、 $d_i(\tau) = \sum_{s=1}^{\tau} \delta_i(s)$ となる。このスケジュールは、 $\delta_i(\tau) > 0$ となる時刻の早い製品から逐次 $\delta_i(\tau)$ 量生産していくものである。これが実行可能であることは、任意 τ 時刻に対して、その時刻までの総需要に対する生産所要時間が $\sum_{i \in I_n} \sum_{s=1}^{\tau} \delta_i(s) (= \sum_{i \in I_n} d_i(\tau))$ となり、式(3.11)よりその時刻までの生産能力 τ よりそれが小となることから明らかである。(証明終り)

$n+1$ 次元直交空間 $X_1 * X_2 * \dots * X_n * T$ の部分空間 $F[0, t]$ の形状を把握し、 $\{X(\tau); \tau \in [0, t]\}$ を直接考察することは困難であるので、 $\{x_i(\tau); \tau \in [0, t]\}$ の存在する2次元直積空間 $X_i * T$ の部分空間 $F^i[0, t]; i \in I_n$ を求め、 $\{X(\tau); \tau \in [0, t]\}$ を間接的に考察する。

定理2

可能領域 $F_A[0, t]; A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ の任意の可能スケジュール $\{X(\tau); \tau \in [0, t]\}$ に対して、つぎの関係式が成立する。

$$\beta_i(\tau) \leq x_i(\tau) \leq \alpha_i(\tau) ; \quad \tau \in [0, t], \quad i \in I_n \quad (3.12)$$

$$\text{ただし, } \alpha_i(\tau) = \min \left[\tau - \sum_{j \in I_n, j \neq i} d_j(\tau), \alpha_i(\tau+1) \right] \quad (3.13)$$

$$\beta_i(\tau) = \max \left[d_i(\tau), \beta_i(\tau+1) - 1 \right] \quad (3.14)$$

$$\alpha_i(t) = \beta_i(t) = a_i \quad (3.15)$$

$$d\alpha_i(\tau) \equiv \alpha_i(\tau+1) - \alpha_i(\tau) = 0 \text{ or } 1 \quad (3.16)$$

$$d\beta_i(\tau) \equiv \beta_i(\tau+1) - \beta_i(\tau) = 0 \text{ or } 1 \quad (3.17)$$

証 明

可能領域が $F_A[0, t]$; $A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ であるから, $X(t) = A$ であり, 式 (3.15) が成立する。

式 (3.2), (3.4) より

$$x_i(\tau) = \tau - \sum_{j \in I_n, j \neq i} x_j(\tau) \leq \tau - \sum_{j \in I_n, j \neq i} d_j(\tau)$$

式 (3.1) より

$$x_i(\tau) \leq x_i(\tau+1)$$

$$x_i(\tau) \geq x_i(\tau+1) - 1$$

がえられる。

式 (3.15) より, $\tau = t$ に対しては $x_i(t)$ が定まっているため, 帰納法により式 (3.18), (3.19) は $x_i(\tau)$ の上限 ($\alpha_i(\tau)$) の存在を, 式 (3.20) は $x_i(\tau)$ の下限 ($\beta_i(\tau)$) の存在を与えることを示している。すなわち, 帰納法の仮定より, $\beta_i(\tau+1) \leq x_i(\tau+1) \leq \alpha_i(\tau+1)$ とおけるから式 (3.18), (3.19) より

$$\alpha_i(\tau) = \min \left[\tau - \sum_{j \in I_n, j \neq i} d_j(\tau), \alpha_i(\tau+1) \right] \quad (3.13)$$

式 (3.14), (3.20) より

$$\beta_i(\tau) = \max \left[d_i(\tau), \beta_i(\tau+1) - 1 \right] \quad (3.14)$$

が成立する。 $\tau = t$ に対して, $X(t)$ が定まっているから, 式 (3.15) が成立する。

つぎに, 式 (3.16), (3.17) を証明する。式 (3.13) において, $\tau - \sum_{j \in I_n, j \neq i} d_j(\tau) < \alpha_i(\tau+1)$ であれば,

$$\alpha_i(\tau) = \tau - \sum_{j \in I_n, j \neq i} d_j(\tau) < \alpha_i(\tau+1) \leq \tau+1 - \sum_{j \in I_n, j \neq i} d_j(\tau+1)$$

であるから,

$$\begin{aligned} \Delta \alpha_i(\tau) &= \alpha_i(\tau+1) - \alpha_i(\tau) \leq \tau+1 - \sum_{j \in I_n}^{j \neq i} d_j(\tau+1) - \left(\tau - \sum_{j \in I_n}^{j \neq i} d_j(\tau) \right) \\ &= 1 - \sum_{j \in I_n}^{j \neq i} (d_j(\tau+1) - d_j(\tau)) \leq 1 \end{aligned}$$

となる。つぎに、 $\tau - \sum_{j \in I_n}^{j \neq i} d_j(\tau) \geq \alpha_i(\tau+1)$ であれば、式(3.13)より

$$\alpha_i(\tau) = \alpha_i(\tau+1)$$

であって

$$\Delta \alpha_i(\tau) = \alpha_i(\tau+1) - \alpha_i(\tau) = 0$$

となる。したがって、式(3.16)がえられた。一方、式(3.17)は式(3.14)より同様に示される。(証明終り)

定理2は、可能スケジュール $\{X(\tau); \tau \in [0, t]\}$ の2次元直積空間 $X_i * T$ への正射影である製品 i の射影可能スケジュール $\{x_i(\tau); \tau \in [0, t]\}$ の存在領域を与えている。

定義3 (射影可能領域)

定理2の $[\beta_i(\tau), \alpha_i(\tau)]; \tau \in [0, t]$ で定まる $X_i * T$ の部分空間を $F_A[0, t]$ の製品 i に関する射影可能領域 $(F_{a_i}^i[0, t], F^i[0, t], Fh_i, F^i)$ という。すなわち、

$$F_{a_i}^i[0, t] \equiv [\beta_i(\tau), \alpha_i(\tau)]_{\tau \in [0, t]} ; i \in I_n, A = (a_1, a_2, \dots, a_n) \quad (3.21)$$

図3.2に、射影可能領域の一例を示す。

3.2.3 可能スケジュールと部分可能スケジュール

各製品の射影可能スケジュールの間には、式(3.9)として $\Delta X(\tau) = e_i; \tau \in [0, t], i \in I_n$ なる関係が成立しなければならないが、 $\{x_i(\tau); \tau \in [0, t]\}$ を $F_{a_i}^i[0, t]$ の中でのみ眺めれば、 $\Delta x_i(\tau) = 0 \text{ or } 1, x_i(0) = 0, x_i(t) = a_i$ となっている。

定義4 (部分可能スケジュール)

射影可能領域を $F_{a_i}^i[0, t]$ とするとき

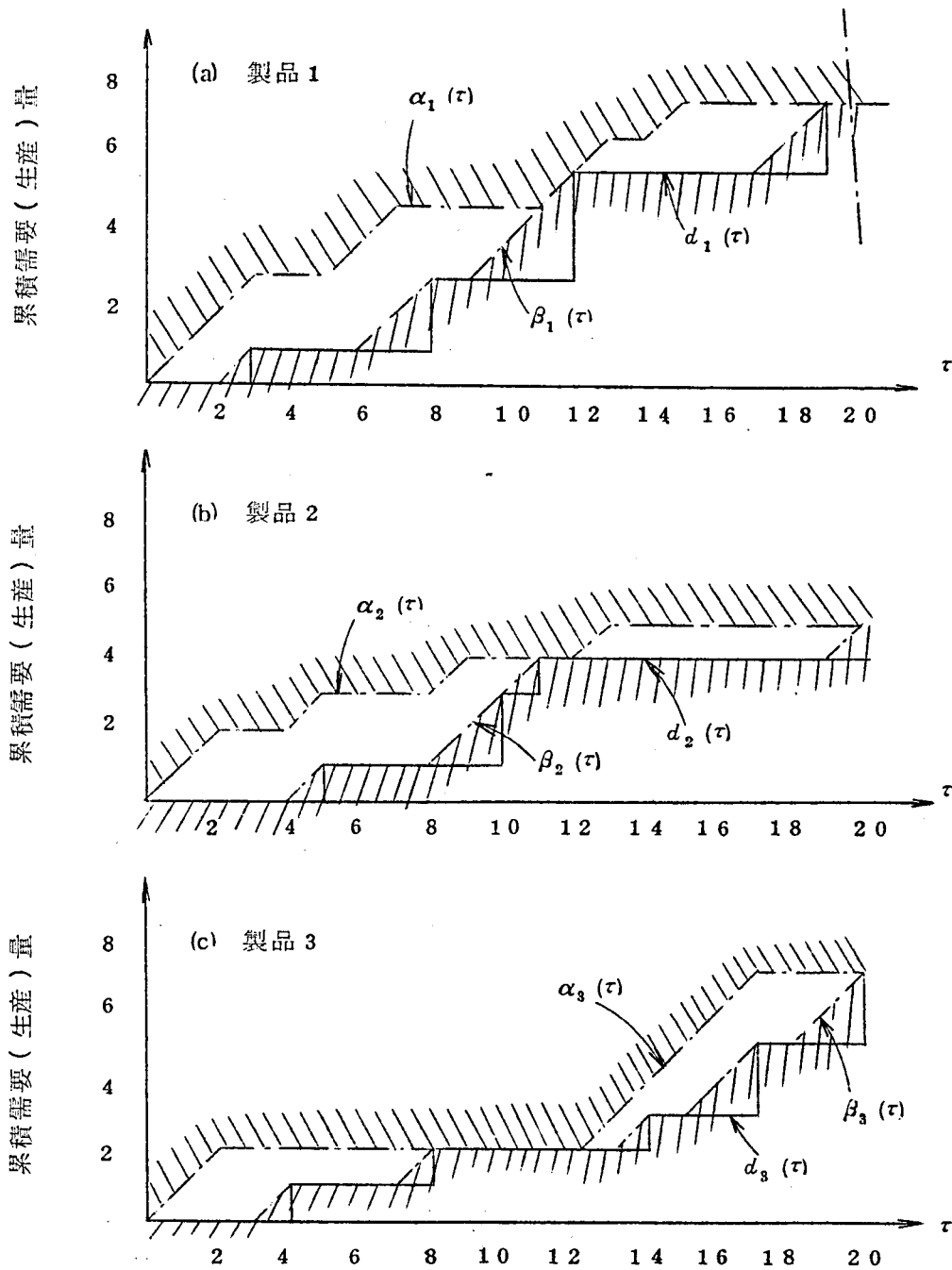
$$\{x_i(\tau); \tau \in [0, t]\} \in F_{a_i}^i[0, t] \quad (3.22)$$

$$\Delta x_i(\tau) = 0 \text{ or } 1; \tau \in [0, t] \quad (3.23)$$

なる $\{x_i(\tau); \tau \in [0, t]\}$ ($=\{x_i\}$) を $F_{a_i}^i[0, t]$ に関する製品 i の部分可能スケジュールと定義する。

定理3

F^i を F の射影可能領域、 $\{x_i^t\}$ を $F^i; i \in I_n$ における部分可能スケジュールとするとき、次式が成立する。



$F^i [0, 20]; i=1, 2, 3$: 斜線で囲まれる領域 (境界を含む)

図 3.2 射影可能領域の一例

$$\min_{\{X\} \in F} \|L(\{X\})\| \geq \sum \min_{i \in I_n \{x_i^t\} \in F^i} L_i(\{x_i^t\}) \quad (3.24)$$

証 明

定義 4 より, $\{x_i\}$ が $\{X\} \in F$ の F^i における射影可能スケジュールであれば, 部分可能スケジュールである。ただし, 逆は成立しない。したがって, $\{x_i^p\}$ を $\{X\} \in F$ の F^i

における射影可能スケジュールとすれば

$$\min_{\{x_i^p\} \in F^i} C_i(\{x_i^p\}) \geq \min_{\{x_i^l\} \in F^i} C_i(\{x_i^l\}), \quad i \in I_n \quad (3.25)$$

が成立する。式(3.25)の両辺に r_i をかけ i について和をとれば、式(3.24)がえられる。

(証明終り)

定理3はブランチアンドバウンド法の下界式を求めるための基本定理である。3.2.6では、式(3.24)の改良が行なわれる。

3.2.4 最適部分スケジュール

式(3.24)の右辺を最小とする部分可能スケジュールを最適部分スケジュールと定義する。以下では、与えられた F^i に対する最適部分スケジュールを求める計算手法を述べる。

定理4

$F_{a_i}^i[0, t] \equiv [\beta_i(\tau), \alpha_i(\tau)]_{\tau \in (0, t)}$ に対する1つの最適部分スケジュールとその段取り回数 C_i とが、つぎのアルゴリズムで求められる。

[アルゴリズム]

$$\textcircled{1} \quad C_i \leftarrow 0, \quad \tau_0 \leftarrow 0, \quad x_i(\tau_0) \leftarrow 0$$

$$\textcircled{2} \quad x_i(\tau) \leftarrow x_i(\tau_0), \quad \tau \in [\tau_0, \tau_\beta]$$

$$\text{ただし, } \tau_\beta = \begin{cases} \min[\tau; \Delta\beta_i(\tau) = 1, \tau > \tau_0] & ; \beta_i(\tau_0) \neq a_i \\ t & ; \beta_i(\tau_0) = a_i \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \quad \tau_\beta = t \text{ ならば計算終了}$$

$$\textcircled{4} \quad x_i(\tau) \leftarrow x_i(\tau-1) + 1, \quad \tau \in [\tau_\beta + 1, \tau_a]$$

$$\text{ただし, } \tau_a = \min[\tau; x_i(\tau_\beta) + \tau + 1 - \tau_\beta > \alpha_i(\tau + 1)]$$

$$\alpha_i(t+1) = \alpha_i(t)$$

$$\textcircled{5} \quad C_i \leftarrow C_i + 1$$

$$\textcircled{6} \quad \tau_a = t \text{ ならば計算終了。} \tau_a \neq t \text{ ならば, } \tau_0 \leftarrow \tau_a \text{ として} \textcircled{2} \text{ へ戻る。}$$

証 明

定理2より、 $\Delta\alpha_i(\tau) = 0$ or 1 、 $\Delta\beta_i(\tau) = 0$ or 1 であるから $F_{a_i}^i$ の境界は τ に関して単調非減少関数である。したがって、逐次各回の生産量を最大とするよう部分可能スケジュールを定めれば、それが最適となることは容易にわかる。そのため、1回当りの生産量が最大となるように、ステップ②では生産開始時点 ($=\tau_\beta$) を最大限遅らせ、ステッ

ブ④ではその回の生産継続時間 ($=\tau_\alpha - \tau_\beta$) を最大としている。すなわち、②より τ_α は τ_0 時点後 $\beta_i(\tau)=1$ となる最早時刻であり、しかも $x_i(\tau) \geq \beta_i(\tau)$ でなければならぬため、 τ_α は生産を開始しなければならない最遅時刻である。一方、④より τ_β は τ_β 時点より生産を開始し $\tau+1$ 時刻で $\alpha_i(\tau+1)$ を超える最早時刻 τ であり、しかも $x_i(\tau) \leq \alpha_i(\tau)$ でなければならぬため、 τ_β までしか生産は続行できない。(証明終り)

図 3.3 に、この〔アルゴリズム〕で得られる最適部分スケジュールの一例を示す。この〔アルゴリズム〕では、最適部分スケジュールの段取り回数が求まるから、定理 3 の式 (3.24) の右辺の計算法が与えられたことになる。

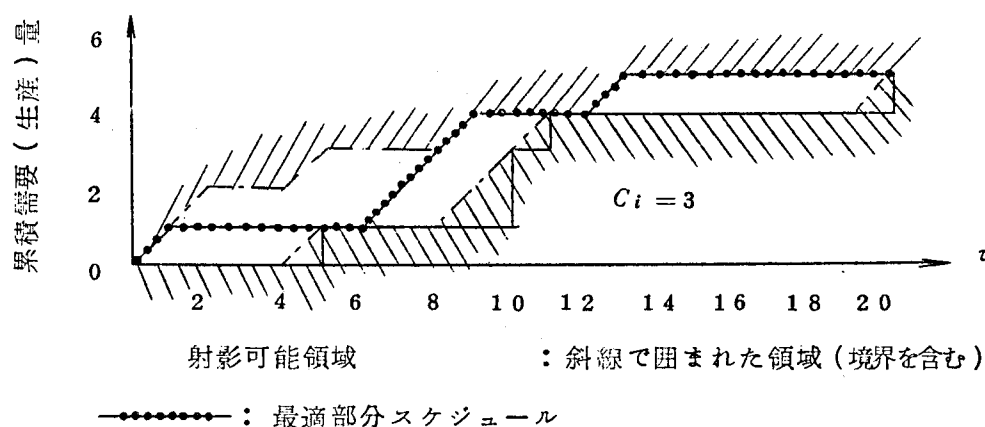


図 3.3 最適部分スケジュールの一例

3.2.5 最適部分スケジュールの存在領域

F の最適スケジュールの各 F^i ; $i \in I_n$ での射影スケジュールがすべて最適部分スケジュールとなりうるか否かの判定法を求めよう。もし、この判定結果が“否”となれば、式 (3.24) の右辺に $\min_{i \in I_n} r_i$ を加えることができ、式 (3.24) が改良される。

各射影可能領域 F^i には、最適部分スケジュールが一般に複数個存在する。したがって、これらのすべての組合わせを考え、可能スケジュールがえられるか否かを判定すればよいが、それは容易ではない。ここでは各 F^i について最適部分スケジュールの存在領域を求め、その合成である“可能領域 F の部分領域”が空となるか否かで判定する。

まず、最適部分スケジュールの存在領域を求める議論を容易にするために、射影可能領域の直和分割と既約性なる概念を導入する。

定義 5 (射影可能領域の直和分割と既約性)

射影可能領域 $F^i [0, t] \equiv [\beta_i(\tau), \alpha_i(\tau)]_{\tau \in (0, t)}$ の直和分割とは

$$F^i[0, t] \rightarrow F^i[t_1, t_2] + F^i[t_3, t_4] + \dots + F^i[t_{2M-1}, t_{2M}] \quad (3.26)$$

ただし, $\alpha_i(\tau) = \beta_i(\tau) (= \text{const.})$; $\tau \in [t_{2m}, t_{2m+1}]$;

$$m=0, 1, 2, \dots, M \quad t_0=0, \quad t_{2M+1}=t$$

なる部分領域への分割である。 $F^i[t_{2m-1}, t_{2m}]$ がさらに直和分割不能のとき, 既約であるという。

上の定義では, $F^i[t_{2m}, t_{2m+1}]$; $m=0, 1, 2, \dots, M$ が除かれているが, この領域では製品 i を生産しないという唯一の部分可能スケジュールしか存在しないためである。最適部分スケジュールは, 直和分割された各既約な領域について独立に求め, その連鎖を取ればよいことは, この定義から自明である。

定理 5

既約な射影可能領域 $F^i[0, t] = [\beta_i(\tau), \alpha_i(\tau)]$; $\tau \in [0, t]$ の任意の最適部分スケジュールを $\{x_i^*(\tau); \tau \in [0, t]\}$, その段取り回数を C_i とするとき,

$$x_i^*(\tau) \geq \beta_i^*(\tau) \geq \beta_i(\tau); \quad \tau \in [0, t], \quad i \in I_n \quad (3.27)$$

なる $\beta_i^*(\tau)$ がつぎのように求まる。

(i) $C_i = 1$ のとき

$$\beta_i^*(\tau) = \begin{cases} 0 & ; 0 \leq \tau \leq \tau_0 \\ \min[\tau - \tau_0, \beta_i(t)] & ; \tau_0 \leq \tau \leq t \end{cases} \quad (3.28)$$

$$\text{ただし, } \tau_0 = \min[\tau; \beta_i(\tau+1) \neq 0] \quad (3.29)$$

(ii) $C_i = 2$ のとき

$$\beta_i^*(\tau) = \begin{cases} 0 & ; 0 \leq \tau \leq \tau_0 \\ \min[\tau - \tau_0, m] & ; \tau_0 < \tau \leq \tau_1 \\ \beta_i(\tau) & ; \tau_1 < \tau \leq \tau_2 \\ \min[M + (\tau - \tau_2), \beta_i(t)] & ; \tau_2 < \tau \leq t \end{cases} \quad (3.30)$$

ただし,

$$\begin{cases} \tau_1 = \min[\tau; \beta_i(\tau) = m] \\ \tau_2 = \max[\tau; \beta_i(\tau) = M] \end{cases} \quad (3.31)$$

であり, m, M はつぎの関係式で定まる定数である。まず, $\eta_i(\tau), \zeta_i(\tau)$ なる関数を次式で定義する。

$$\eta_i(\tau) = \begin{cases} 0 & ; 0 \leq \tau \leq \tau_0 \\ \tau - \tau_0 & ; \tau_0 < \tau \leq t \end{cases} \quad (3.32)$$

$$\zeta_i(\tau) = \begin{cases} \alpha_i(\tau) - (\tau_3 - \tau) & ; 0 \leq \tau \leq \tau_3 \\ \alpha_i(t) & ; \tau_3 < \tau \leq t \end{cases} \quad (3.33)$$

$$\text{ただし, } \tau_3 = \max[\tau; \alpha_i(\tau-1) \neq \alpha_i(t)] \quad (3.34)$$

とすれば

$$M = \eta_i(\tau_4) \quad (3.35)$$

ただし, τ_4 は次式を満たす。

$$\begin{cases} \eta_i(\tau_4) = \alpha_i(\tau_4) \\ \eta_i(\tau_4+1) > \alpha_i(\tau_4+1) \end{cases} ; \tau_4 \in [0, t] \quad (3.36)$$

$$m = \zeta_i(\tau_5) \quad (3.37)$$

ただし, τ_5 は次式を満たす。

$$\begin{cases} \zeta_i(\tau_5) = \beta_i(\tau_5) \\ \zeta_i(\tau_5+1) > \beta_i(\tau_5+1) \end{cases} ; \tau_5 \in [0, t] \quad (3.38)$$

証 明

1 $\beta_i(\tau) = 0$ or 1 であるから, $C_i = 1, 2$ のいずれの場合も式 (3.28) ~ (3.31) より $\beta_i^*(\tau) \geq \beta_i(\tau)$; $\tau \in [0, t]$ である。つぎに, 式 (3.27) の最初の不等式を満たさなければ, $\{x_i^*(\tau); \tau \in [0, t]\}$ は最適部分スケジュールでないことを, $C_i = 1, C_i = 2$ の各場合について示す。

$C_i = 1$ のとき, 遅くとも τ_0 で生産を開始し $\alpha_i(t)$ なる数量で表わされる期間生産を続けねばならない。したがって, 式 (3.28) が成立する。

$C_i = 2$ のとき, まず, M, m の意味を考えよう。式 (3.32), (3.35), (3.36) より, M は一回目の生産で達成できる最大生産量である (部分可能スケジュールとして)。式 (3.33), (3.34), (3.37), (3.38) より, m は2回目の生産で最終生産目標値 $\alpha_i(t)$ を達成できるように, 1回目の生産で達成しておくべき最小の生産量である。 τ_0 は式 (3.29) で与えられるため, 1回目の生産は遅くとも τ_0 時点で開始し, 少なくとも生産量 m を達成しなければならない。したがって, $\tau \in [0, \tau_1]$ に対して, $\beta_i^*(\tau)$ は式 (3.30) の第1, 第2式として与えられる。2回目の生産は, $\beta_i(\tau) = M$ である最終時刻, すなわち τ_2 には始めなければならない。しかも, $C_i = 2$ であるから, この生産で最終生産目標 $\alpha_i(t) (= \beta_i(t))$ を達成しなければならない。したがって, $\beta_i^*(\tau)$;

$\tau \in [\tau_1, t]$ は、式 (3.30) の第 3, 第 4 式で与えられる。(証明終り)

$C_i \geq 3$ の各場合についても、同様の定理が成立するが、複雑となるので省略する。既約な射影可能領域がある特殊な構造を持つときには、 F^i に対してある種の分割を行ない、分割された各領域について定理 5 が適用できる場合がある。つぎに、その条件を述べる。

定理 6

射影可能領域 $F^i[0, t] = [\beta_i(\tau), \alpha_i(\tau)]_{\tau \in [0, t]}$ において

$$\alpha_i(\tau_s) = \beta_i(\tau_s), \alpha_i(\tau_s - 1) = \beta_i(\tau_s - 1); \tau_s \in [0, t]$$

(3.39)

なる τ_s が存在すれば、 $F^i[0, t]$ における最適部分スケジュールの存在領域は、 $\tau \in [0, \tau_s]$ に対しては $F^i[0, \tau_s]$ 、 $\tau \in [\tau_s, t]$ に対しては、 $F^i[\tau_s - 1, t]$ の最適部分スケジュールの存在領域と一致する。

証 明

区間 $[\tau_s - 1, \tau_s]$ は分割した両領域に含まれ、条件式 (3.39) より $\tau \in [\tau_s - 1, \tau_s]$ に関して、 $x_i(\tau) = \alpha_i(\tau) = \beta_i(\tau)$ と $x_i(\tau)$ は一義的に定まる。したがって、これら両領域を独立に考察してもよい。(証明終り)

3.2.6 定理 3 の改良

射影最適スケジュールがすべて最適部分スケジュールであれば、定理 3 の式 (3.24) は等号が成立する。もし、射影最適スケジュールがすべて最適部分スケジュールとなりえないことを簡単に判定する方法があれば、定理 3 の式 (3.24) より優れた不等式がえられる。

定理 7

$\beta_i^*(\tau)$ を定理 5 で求めたものとし、 $\alpha_i^*(\tau)$ を

$$\alpha_i^*(\tau) = \begin{cases} \beta_i^*(\tau) & ; \tau = t \\ \min \left[\tau - \sum_{j \in I_n} \beta_j^*(\tau), \alpha_i^*(\tau + 1) \right]; \tau \in [0, t - 1] \end{cases} \quad (3.40)$$

と定義すれば、次式が成立する。

$$\min_{\{X\} \in F} \|L(\{X\})\| \geq \sum_{i \in I_n} \min_{\{x_i^L\} \in F^i} L_i(\{x_i^L\}) + \delta \min_{j \in I_n} \gamma_j \quad (3.41)$$

ただし、 δ は次式で与えられる。

$$\delta = \begin{cases} 1 ; \alpha_i^*(\tau) < \beta_i^*(\tau) \text{ なる } i \in I_n, \tau \in [0, t] \text{ が存在する。} \\ 0 ; \alpha_i^*(\tau) < \beta_i^*(\tau) \text{ なる } i \in I_n, \tau \in [0, t] \text{ が存在しない。} \end{cases} \quad (3.42)$$

証 明

射影最適スケジュール $\{x_i(\tau); \tau \in [0, t]\}$ がすべて最適部分スケジュールであるためには、定理 5 より

$$x_i(\tau) \geq \beta_i^*(\tau); \tau \in [0, t], i \in I_n \quad (3.43)$$

でなければならない。したがって、式 (3.43) を納期条件とみなすことができ、定理 2 の式 (3.13) の $d_j(\tau)$ を $\beta_j^*(\tau)$ でおきかえたときの $\alpha_i(\tau)$ を $\alpha_i^*(\tau)$ と定義すれば (式 (3.40))、定理 2 より、次式が成立する。

$$\beta_i^*(\tau) \leq x_i(\tau) \leq \alpha_i^*(\tau); \tau \in [0, t], i \in I_n \quad (3.44)$$

もし、 $\alpha_i^*(\tau) < \beta_i^*(\tau)$ なる $i \in I_n, \tau \in [0, t]$ が存在すれば、 $\{x_i(\tau); \tau \in [0, t]\}, i \in I_n$ のすべてが最適部分スケジュールとはなりえない。したがって、この場合 ($\delta = 1$ の場合) には最適スケジュールの段取り回数は、各 F^i の最適部分スケジュールの段取り回数のすべての $i \in I_n$ に対する和より少なくとも 1 回多い。したがって、段取り損失の下界として、式 (3.41) をうる。(証明終り)

3.3 スケジューリングアルゴリズムの構成

3.3.1 可能スケジュール集合の“部分集合”への分割

可能スケジュールの集合の部分集合への分割は、文献(7)と同一の考え方にもとづいている。

定理 8

$Y \in F$ を生産する任意の可能スケジュールを $\langle Y \rangle$ とするとき、 $X = Y - k^* e_p \in F$ (ただし、 $k^* > 0, p \in I_n$) なる X が存在すれば、

$$L(\langle X \rangle) \leq L(\langle Y \rangle) \quad (3.45)$$

なる X を生産する可能スケジュール $\langle X \rangle$ が存在する。

証 明

この定理の証明は、文献(7)の定理 1 と同じであるので省略する。この定理 1 では、 $X \leq$

Yなる条件で式(3.45)の成立することを示しているが、以下の目的のためには定理8の条件で十分である。

定義6 (可能スケジュールの集合の部分集合)

スケジュール期間を $[0, t]$ 、累積需要を $D(\tau)$; $\tau \in [0, t]$ 、終端条件を A ; $\|A\| = t$ 、 $A \geq D(t)$ とする。期間 $[0, t]$ の可能スケジュールの中で

(i) 期間 $[0, t_H]$; $t_H = \|H\|$ では、終端条件を H とする可能スケジュールで

(ii) 期間 $[t_H, t]$ ではすべて同一のスケジュール

であるような期間 $[0, t]$ の可能スケジュールの部分集合を、この“部分集合”と定義し、これを $[H]$ で表わす。(i)の $[0, t_H]$ での可能スケジュールの集合を $\langle H \rangle$ で表わし、一義的に定まっている $[H]$ の $\tau \in [t_H, t]$ の部分 $S[H]$ で表わす。

つぎに、ブランチアンドバウンド法における可能スケジュールの“部分集合”への分割法を述べる。

定理9

終端条件 A を持つ可能領域を F_A 、可能スケジュールの“部分集合”の族を f とするとき(最初は、 $f \leftarrow [A]$)、任意の $[H] \in f$; $H = (h_1, h_2, \dots, h_n)$ の“部分集合”への分割としては、つぎの式(3.46)で定まるもののみで良い。

$$[H] \rightarrow [G_p], S[G_p] = (k_p)_p \frown S[H]; p \in I_n^* \quad (3.46)$$

$$\text{ただし, } G_p = H - k_p e_p$$

$$k_p = \max \{ k; k > 0, H - k e_p \in F_H \}$$

$$I_n^* = \{ p; p \in I_n, G_p \neq H \}$$

ただし、 $(k_p)_p$ は製品 p を k_p 生産することを、“ \frown ”は連鎖を示す。

証 明

$$G_p^* = H - k e_p; \quad 0 < k < k_p \quad (3.47)$$

とおくと、定理8より、 $L([G_p^*]) \geq L([G_p])$ をうる。したがって、式(3.47)のような“部分集合”を考察する必要はない。(証明終り)

3.3.2 下界計算式

定理10

可能領域 F における可能スケジュールの“部分集合” $[H]$ (ただし、 $H = (h_1, h_2, \dots, h_n)$)に対する目的関数(式(3.7))の下界 $LB([H])$ は、次式で与えられる。

$$LB([H]) = \sum_{i \in I_n} \min_{\{x_i\} \in F_{H_i}^i[0, t_H]} L_i(\{x_i\}) + \delta \cdot \min_{i \in I_n} r_i + \sum_{i \in I_n} L_i(S[H]) \quad (3.48)$$

ただし,

$$t_H = \| H \|$$

δ : 定理 7 参照

証 明

定義 6 より, $[H] = \langle H \rangle \cap S[H]$ が成立する。 $\langle H \rangle$ の可能領域は H を終端条件として持つ F_H であるから, 定理 7 では F, F^i を F_H, F_H^i とおくことにより, $\langle H \rangle$ に対する目的関数の下界は式 (3.41) の右辺で与えられる。また, $S[H]$ は一義的に定まっているから容易に計算できる。したがって, 定理 10 が成立する。(証明終り)

3.3.3 フローチャート

図 3.4 に, 最適スケジューリングアルゴリズムの概要を示す。実行可能解の“部分集合”

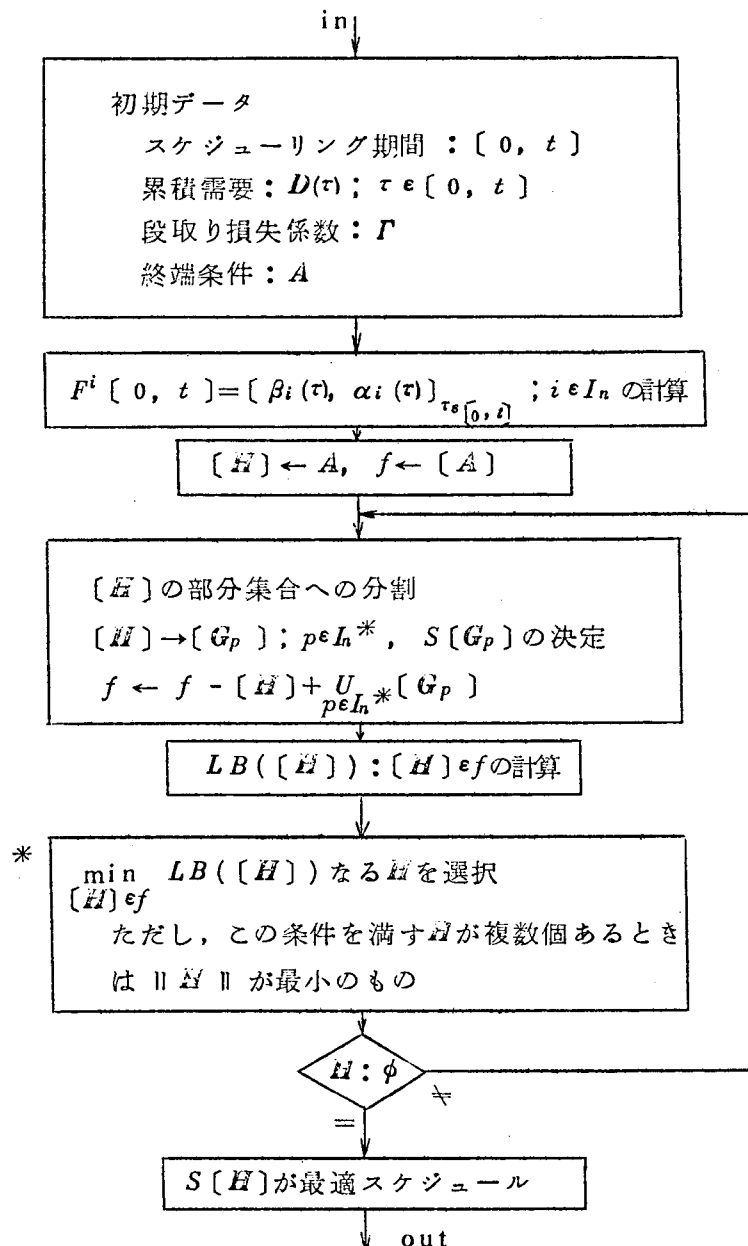


図 3.4 最適スケジューリングアルゴリズムのフローチャート

を定義 6 のように定めているため、 $LB([H]); [H] \in \mathcal{H}$ が最小となる $[H]$ の H が零ベクトルであれば、 $[H] (=S[H])$ が最適スケジュールとなる。

終端条件 A は一義的に定めることはできないが、 A は $A \geq D(t)$, $\|A\| = t$ なる条件を満足していなければならない、 $A - D(t)$ は需要を超えた各製品の生産量、すなわち見込生産量であるため政策として定めるべき量である。

図 3.4 の * の部分では、最小の下界を持つ $[H]$ が複数個あるときは、 $\|H\|$ が最小のものを選ぶとしている。これは $\|H\|$ が小さいほど、 $[H]$ で示される部分集合の中に段取り損失の小さいものが含まれる確率が高いと考えられるからである。

3.4 計算例

(1) 例 1

製品の種類	$n = 3$	スケジュール期間	$[0, 20]$
累積需要	$D(\tau) = (d_1(\tau), d_2(\tau), d_3(\tau)); \tau \in [0, 20]$, 図 3.5 の通り		
終端条件	$(8, 5, 7)$ ($\sum d_i(\infty) = 20$ であるから一義的に定まる)		
段取り損失係数	$\Gamma = (\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3) = (2, 1, 1)$		

図 3.6 にブランチアンドバウンド法による最適解探索過程を、図 3.5 に最適スケジュールを示す。この段取り損失は 12 である。

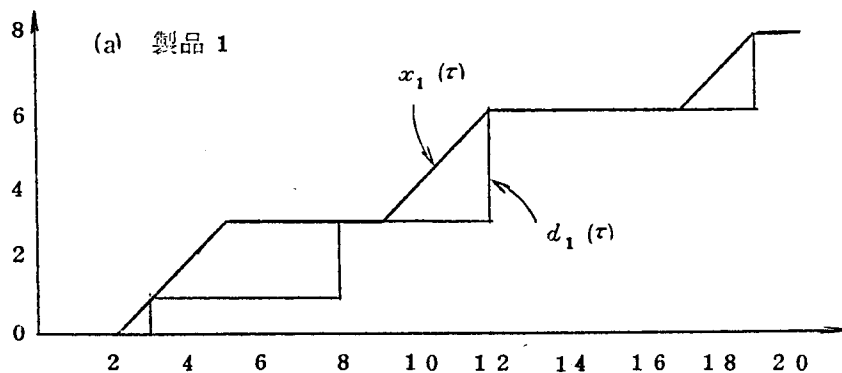
(2) 例 2

製品の種類	$n = 3$	スケジュール期間	$[0, 17]$
累積需要	$D(\tau) = (d_1(\tau), d_2(\tau), d_3(\tau)); \tau \in [0, 17]$, 図 3.7 の通り		
終端条件	$(7, 4, 6)$ ($\sum d_i(\infty) = 17$ であるから一義的に定まる)		
段取り損失係数	$\Gamma = (\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3) = (1, 1, 1)$		

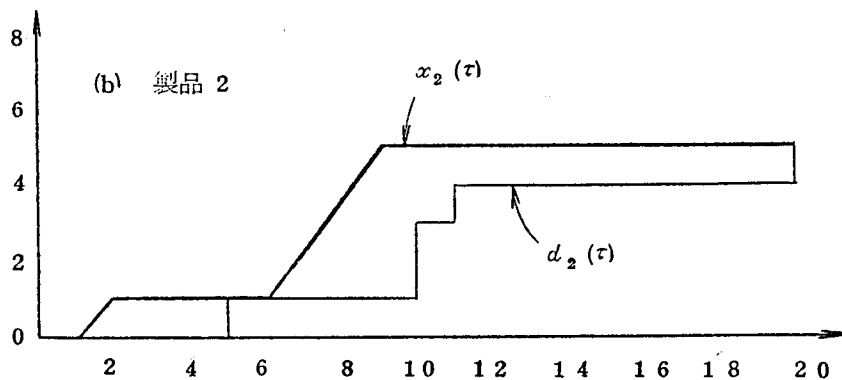
図 3.8 にブランチアンドバウンド法による最適解探索過程を、図 3.7 に最適スケジュールを示す。この問題は文献(7)の例題と全く同一であるが、最適解探索の過程が大巾に短縮されている。これは計算時間の短縮を意味する。

例 1, 例 2 のいずれの場合も、最適解探索が全く無駄なく行なわれていることに注目すべきである。これは下界計算式の有効性を示している。文献(7)の手法では、 $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3$ ではない例 1 の場合の最適解を求めることはできない。以上の例題では $n = 3$ の場合のみ示したが、 $n > 3$ となっても計算量は比例的に増加するのみである。

累積需要 (生産) 量



累積需要 (生産) 量



累積需要 (生産) 量

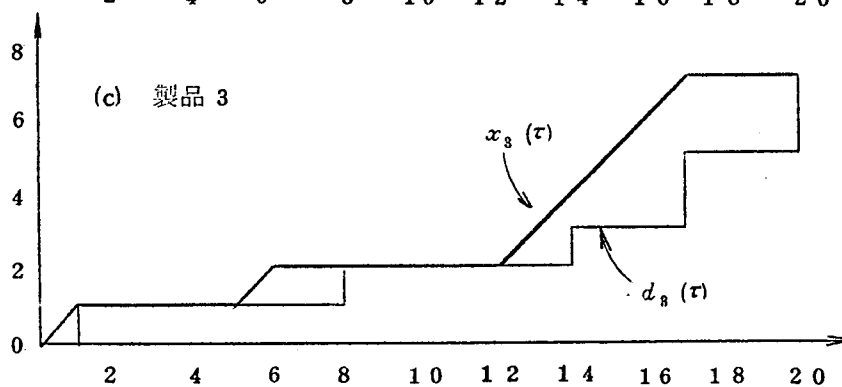


図 3.5 例 1 の累積需要と最適スケジュール

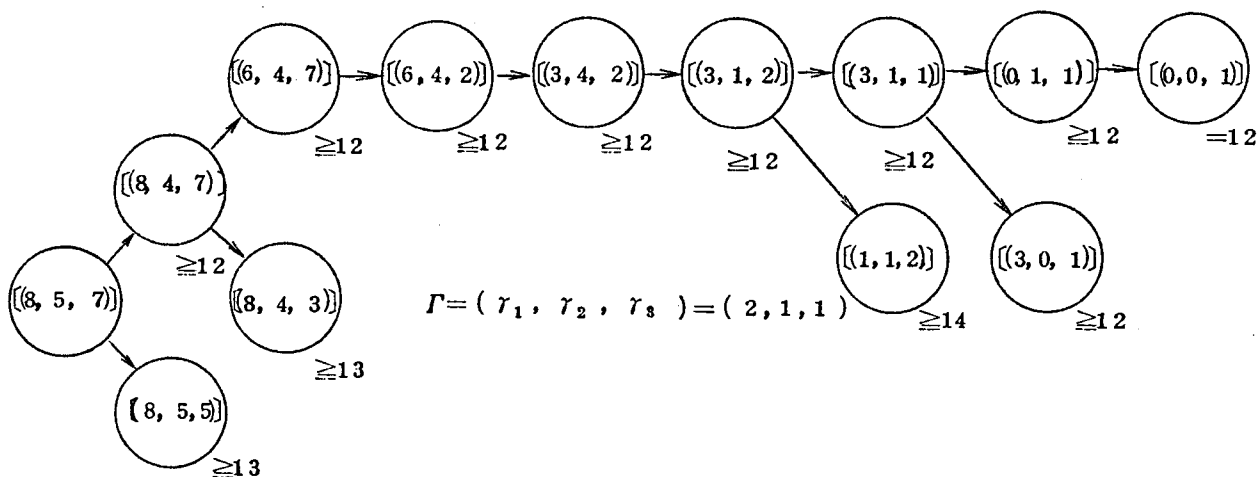


図 3.6 例 1 の最適スケジュール探索過程

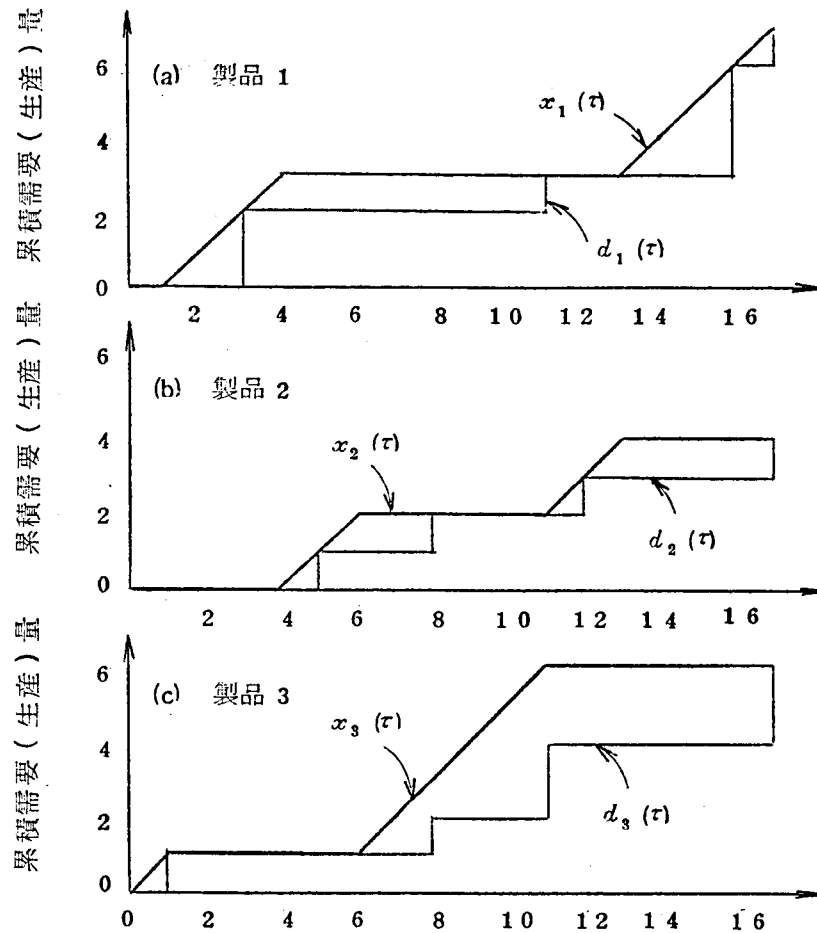


図 3.7 例 2 の累積需要と最適スケジュール

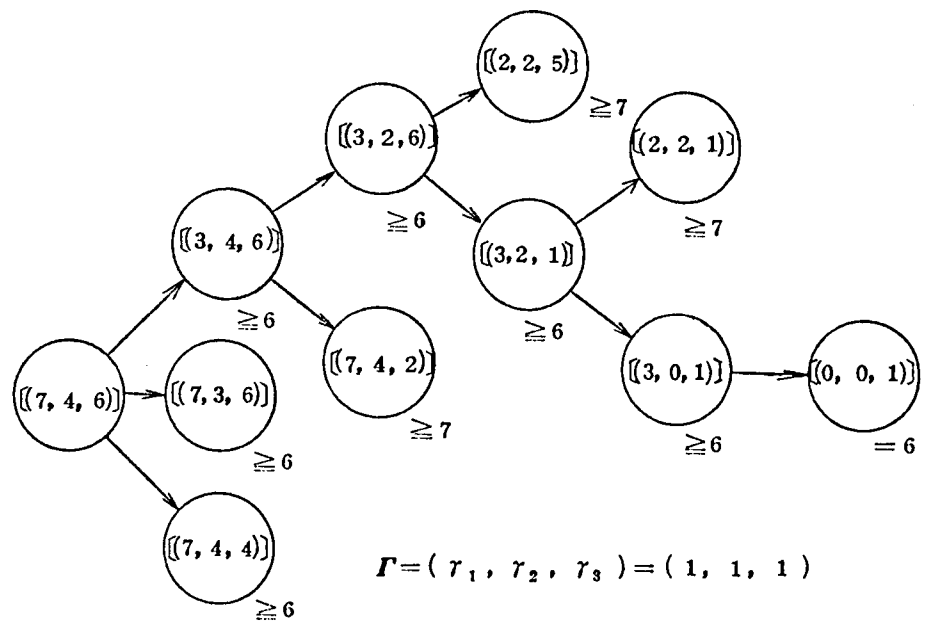


図 3.8 例 2 の最適スケジュール探索過程

3.5 ジョブショップスケジューリングへの応用

前節までで、機械が一台で製品が多種の場合のスケジューリング手法を述べた。機械工場（ジョブショップスケジューリング）へこれがいかに応用されるかを述べる。そのまえに、従来のジョブショップスケジューリング手法を概観しよう。

この問題を図 3.9 にしたがって説明する。 m 台の機械で n 個の製品を加工することを考える。製品 i の加工のための機械の使用順序と機械 j ($j=1, 2, \dots, m$) での占有時間とが与えられている。製品の加工処理中に作業の中断をしないこと、1 製品は 2 台以上の機械に同時かけられないこと、1 台の機械で 2 製品以上を同時に処理できないことを条件とし、全製品の加工処理完了までの時間を最短化する、 n 製品の各機械における加工順序を求めるのが問題である。

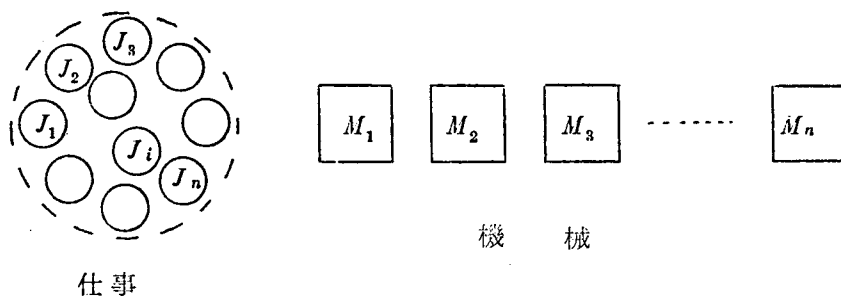


図 3.9 n 仕事, m 機械ジョブショップ問題の説明図

$n=2$ または $m=2$ の場合については解析的¹⁰⁾に、 $m=3$ の場合には数値計算法¹¹⁾に最適解を求めることはできているが、 $m>3$ では計算時間の点で解きえない。しかし、特に重大なのは、その工程モデルが非現実的なことである。第 1 に処理すべき材料が常に工程の前にあるとしているが、これが成立するためには前工程との間に大量の中間在庫が必要となる。第 2 に、各製品別の納期が無視されている。第 3 に、加工製品の切替時の損失・ロット決定の問題との関連が不明確である。

ジョブショップは図 3.10 に示すように、多数の機械が配置された工程である。この工程でのスケジューリング問題は、つぎのように述べることができる。

“各製品の納期条件を満足し、段取り損失を最小化”

- (1) ロットの決定
- (2) 機械別の各ロットの生産日時（順序）の決定

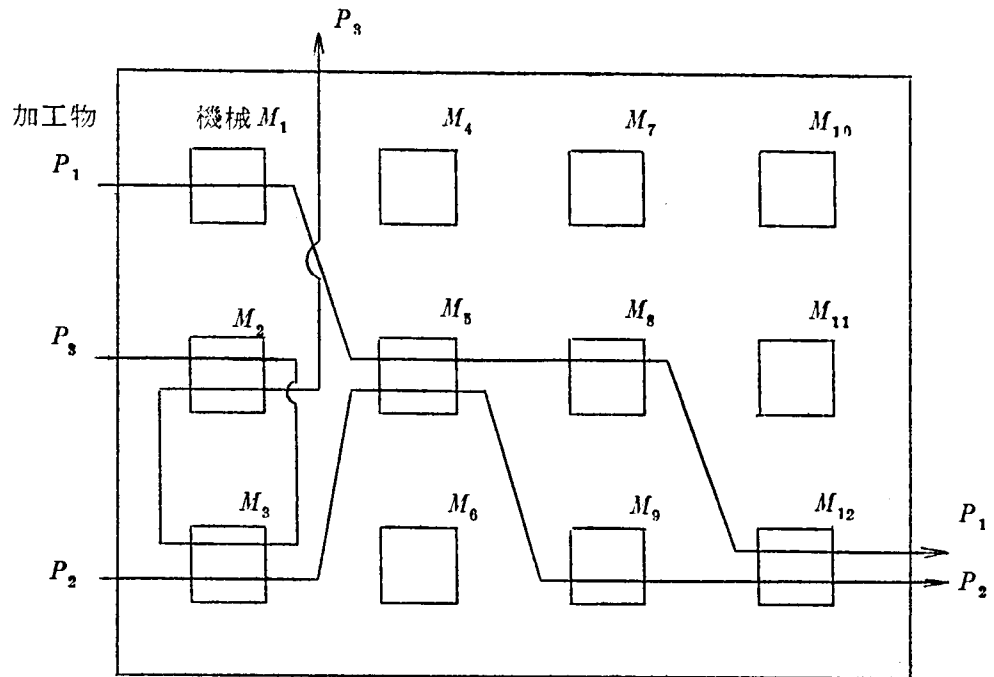


図 3.10 ジョブ ショップにおける機械配置と加工径路

ジョブショップもマクロに眺めれば、ある一定能力を持つ一台の機械（等価機械）とみなすことができる。第 3.1 節で述べたように、スケジュールは納期条件と生産工程の能力一定の条件との下で組まれるべきものである。この等価機械の概念の導入によって、ジョブショップは一台のフローラインに変換され、ロットを定めることができる。したがって、ジョブショップのスケジューリングを

- (1) 等価機械の決定
- (2) 等価機械に対する切替生産の最適スケジューリング
- (3) 機械別各ロットの生産順序・時刻の決定

の 3 段階に分割することができる。第 3 章で述べたスケジューリングは、(2)に対するものである。

つぎに、等価機械の能力を決定する一つの方法を述べる。

各生産機械の実効能力を低下させる要因に、段取り作業時間と、加工対象を待つ待時間とがある。しかし、両者とも、ジョブショップの設備能力だけでは定まらず、生産機種の種類、需要パターン、加工径路と各機械での作業時間との組み合わせによって変化する。たとえば、納期のきびしい注文の多い場合には、製作ロットサイズを小さくせねばならず、段取り時間は増加する。また、各機種により加工径路が異なるため、特定の機械に負荷が集中

し、その機械での加工物の作業待が、他の機械での加工物の到着待現象を引きおこす。

上記の理由のため、等価機械の能力を、設備能力だけから一義的に定めることはできない。そのため、試行錯誤的に等価機械の能力を定める方法が考えられる。これは、図3.11に示すように、スケジューリングの結果をみて、その能力を修正して再スケジューリングを行なっていく方法である。

図3.11の*のスケジューリング結果の評価（「機械別各ロットの生産順序・時刻の決定」に対する）で、全般的に納期余裕が大であれば等価フローラインの能力を増加させ、納期遅れが大きく発生していれば、能力を減少させる。納期余裕が大ということは、さらにロットを大きくしても良いということであり、納期遅れが大ということは、ロットが大き過ぎるということである。また、ロットを大きく（小さく）するには、設備能力を大きく（小さく）すればよいからである。

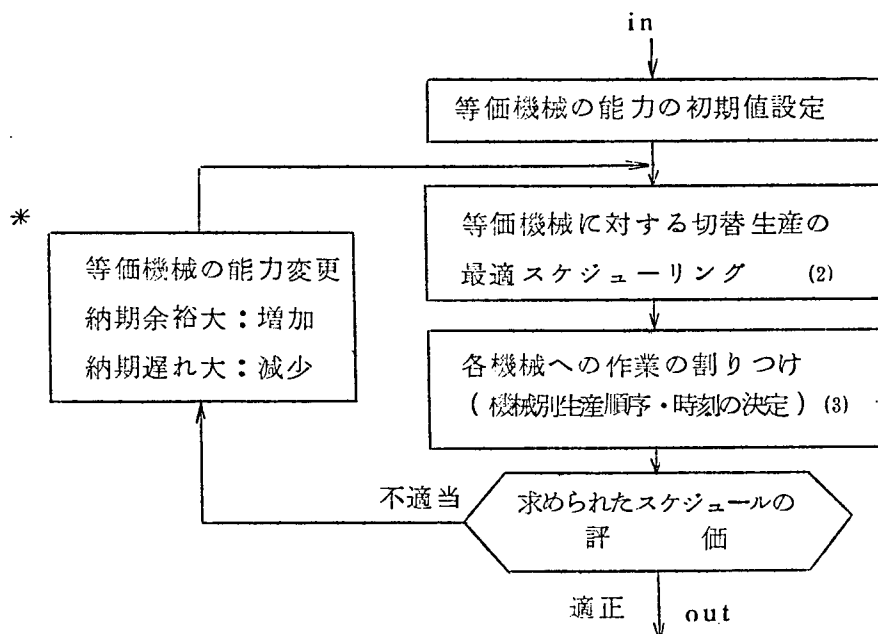


図3.11 ジョブショップスケジューリングの方針
(等価フローラインの能力決定法)

3.6 第3章のまとめ

第3章で明らかにした事項は次の通りである。

- (1) 切替生産の最適スケジューリングとは、生産工程の能力条件、納期条件の下で、段

取り損失を最小化する各機種生産ロットと生産順序の決定である。

(2) 切替生産のスケジューリング問題は、次のように完式化できる。

生産機種名の集合を $I_n \equiv (1, 2, \dots, n)$, スケジューリング期間を $[0, t]$, 累積需要量を $D(\tau) \equiv (d_1(\tau), d_2(\tau), \dots, d_n(\tau)); \tau \in [0, t]$, 段取り一回当りの損失係数を $\Gamma \equiv (\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n)$ とし, 求めるべきスケジュール, すなわち累積生産量を $X(\tau) \equiv (x_1(\tau), x_2(\tau), \dots, x_n(\tau)); \tau \in [0, t]$ とすれば, 最適スケジュールは次式で定義される。

$$\min_{\{X(\tau); \tau \in [0, t]\}} \sum_{i \in I_n} \gamma_i \times \{x_i(\tau); \tau \in [0, t]\} \text{ で定まる機種 } i \text{ の切替回数 } \quad (3.32)$$

$$X(\tau) \geq D(\tau) \quad (3.33)$$

$$\Delta X(\tau) = e_i \quad ; \quad i \in I_n, \tau \in [0, t] \quad (3.34)$$

$$X(t) = A \quad (3.35)$$

A は $\tau > t$ における需要予測から定まる値である。式 (3.33) は納期条件, 式 (3.34) は能力条件, 式 (3.35) は終端条件である。

(3) 最適スケジュール計算法はブランチアンドバウンド法で構成される。そのための実行可能解の部分集合は, C.R. Glassey⁷⁾の方法と同一であるが, その部分集合に対する下界計算法として可能スケジュールの存在する空間, すなわち式 (3.33)~(3.35) で定まる空間の幾何的形狀を利用する新しい方法を提案した。

(4) $\{X(\tau); \tau \in [0, t]\}$ の存在する空間は, $n+1$ 次元空間であるので, $\{x_i(\tau); \tau \in [0, t]\}; i \in I_n$ の存在する n 個の 2 次元射影空間を求め, その形状から各機種生産回数 (切替回数) の下界を求め, さらに i に関する相互関係からその下界を改良する方法を提案し, 証明を与えた。

(5) 提案方法により, C.R. Glassey の方法に比べて, 段取り一回当りの損失が機種により異なる現実的な場合が扱え, 計算時間が 1 割以下に短縮できる。

(6) 一般のジョブショップ工程を等価フローラインに変更する方法を提案し, 上記スケジューリング手法をジョブショップに拡張した。

第4章 混合生産の最適スケジューリング

第4章 混合生産の最適スケジューリング^{1), 2)}

量産工場の典形であるコンベヤラインで多種生産を行なう方法としては、切替生産と混合生産とがある（第2章参照）。ここでは、自動車組立ラインの実例から混合生産の定式化を行ない、その最適スケジューリング手法を提案する。

4.1 混合生産の典形……自動車組立ライン

混合生産の典形である自動車組立ラインについて述べる。一定のスピードで走るコンベヤに乗せられ、つぎつぎに送られてくる半製品に対し、コンベヤラインに沿って配置させられている各作業員がある一定の作業を施す作業形態は、組立工程のコンベヤラインシステムでよく見受けられる。ラジオ、テレビといった小型製品では、コンベヤから半製品を降ろして作業の加えられる場合もあるが、自動車のような大型製品では作業員がコンベヤ上にのるか、コンベヤ上の半製品に伴なって動くかして作業を加えてゆく。さらに、自動車組立ラインの場合には、コンベヤ上の半製品の間隔が一定であり、各作業員の作業領域が定まっている。

図4.1に、ある自動車組立ラインのレイアウトを示す。フロアショップ（Floor shop）では、シャーシのみ作られた“車”がFMS（Floor Metal Storage）で示されるストレージに投入される。後述するWBS（White Body Storage）、PBS（Painted Body Storage）と同じく、FMSは並列に設置された数本のコンベヤからなり、一方から投入した“車”を他方から必要な時期に取り出せるようになっている。これらのストレージは、前後工程の間の作業負荷変動の調整機能を持っている。FMSに投入されている車は、あらかじめ定められている日程計画にしたがって、FMSから引き出され、ボディショップ（Body Shop）で車の外郭が完成する。

外郭の完全した車はWBSに投入され、ペイントショップ（Paint Shop）での作業性や納期上の要求による処理順序の調整を受けて、ペイントショップに投入される。塗装は単に色が異なるだけではなく、一色塗り、多色塗りがあり作業時間が大幅に異なっている。また塗装前に酸洗い、水洗いなどの処理があり、塗装の工数が大きいため、塗装ミスが発

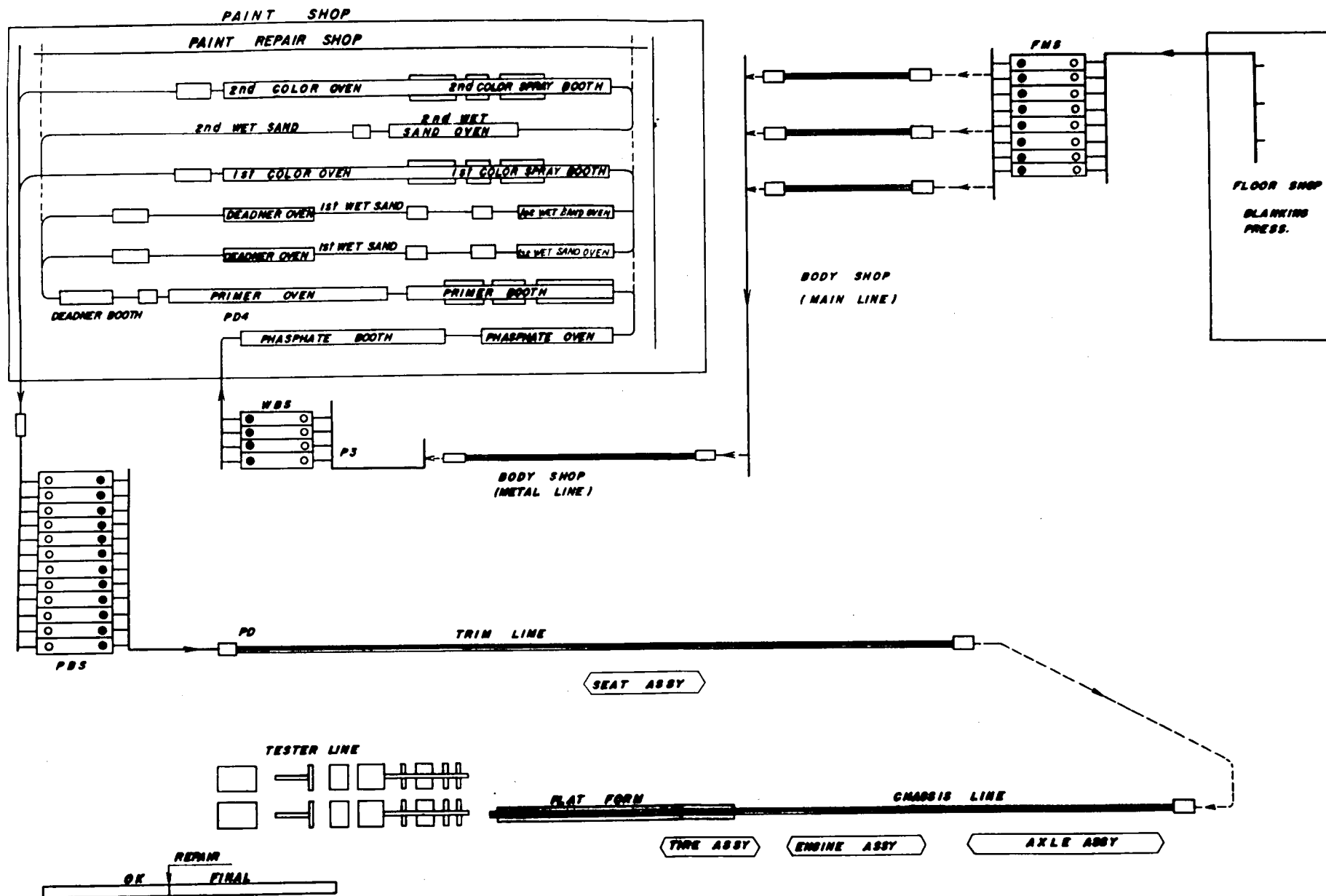


図 4.1 自動車組立ライン

生すると処理時間が大幅に増加する。ペイントショップは全工程内で最も不良の発生しやすい工程であるため、ペイントショップに入るときの“車”の順序と出るときの順序とはかなり異なってくる。

塗装の完了した車はPBSに投入され、トリムライン(Trim Line)、シャーシライン(Chassis Line)での作業負荷と納期上の要求を考慮した順序で、トリムラインに送り出される。各種機装品に対する消費者の要求が多様であるため、各作業域での各車に対する作業時間の変動幅は、国内向けだけで平均4割程度、輸出向けを含めると6~7割にもなる。

次工程のシャーシラインは、車軸、エンデン、タイヤなどの取付け工程である。エンジン、タイヤも消費者の要求で異なったものが取付けられるため、やはり各作業域での各車に対する作業時間の変動幅は大きい。シャーシラインでの処理が完了した車は検査を受け完成する。

4.2 従来のスケジューリング方式

前節で述べた混合生産に対する従来のスケジューリング方式を述べる。混合生産におけるコンベヤラインのスケジュール問題は、高充実度の作業編成を可能にするためのものである。これは、半製品の投入順序の適正化により、作業負荷の平担化がはかられるためである。この問題に対して、従来はタクト(コンベヤのサイクルタイム)を超える作業時間を持つ半製品は一定の台数間隔をおいて流すという方法をとっている。この方法ですませるためには、作業編成の充実度が低く、タクトを超える作業を持つ作業員の少ないこと、またはそのような半製品の少ないことが前提となる。つぎに、この問題に対して、少し定量的な考察を行なっている東洋工業の方法³⁾を述べる。

コンベヤ上の隣り合った二つの作業域を考える(図4.2参照)。作業員はこの二つの作業域の間を自由に往復できるものとする。コンベヤのサイクルタイム(タクト)を1.5分とすれば、各車は3分間だけ作業員の手の届くところにいる。つぎに、加工対象が4種類あるとし、その処理時間は表4.1に示したとおりであるとする。

この前提の下で、つぎの二つの投入順序を考える。

第1の投入順序 DABAADBDC

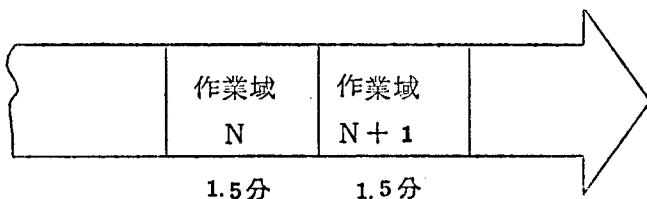


図 4.2 作業域とサイクルタイム

表 4.1 加工対象と処理時間

加工対象	A	6 分
加工対象	B	2 分
加工対象	C	1 分
加工対象	D	3 分

第 2 の投入順序 DACADBABD

それぞれの順序で流したときの二つの作業域の合計負荷の変動は図 4.3 となる。第 1 の順序では、ピーク時に 12 分の工数を、第 2 の順序では 9 分の工数を必要とする。したがって、第 1 の順序で流すときには 8 人の作業員が、第 2 の順序で流すときには 6 人の作業員が必要である。第 1 の順序では、作業時間の長い加工対象である A を、……B A A D……と並べて配列したために、負荷のピーク (12 分) が生じている。計算機で種々の投入順序を試行錯誤的に作り、このような負荷のピークのできるだけ小さいものを探すのが東洋工業の方式である。

この方式には、つぎのような難点がある。

(1) 投入順序の相隣るこの加工対象の負荷の和の平担化としてしか、作業負荷のバランスは考慮されていない。

(2) 最適解を求めるアルゴリズムがない。

(1) で指摘した点を例で説明する。つぎのような二つの投入順序を考える。

第 1 の投入順序 ABABBB

第 2 の投入順序 ABBABB

この 2 つの順序に対する負荷の変動は、図 4.4 となる。ともに、ピークの負荷は 8 である。しかし、作業時間の長い A が、A B A……と B を 1 つはさんであらわれる第 1 の順序よりも、A B B A……と B を二つはさんであらわれる第 2 の順序の方が作業員にとって楽なはずである。

この二つの順序の優劣を表現しえないことを、(1) は指摘している。

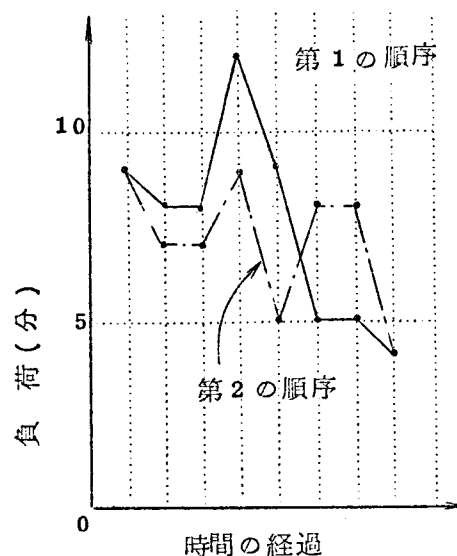


図 4.3 順序と負荷

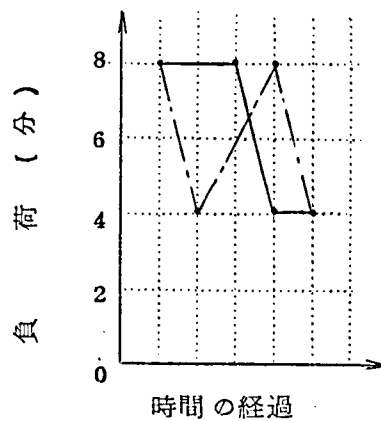


図 4.4 順序と負荷

そこで、つぎに、コンベヤラインへの最適投入順序の計算方式を提案する。

4.3 混合生産の作業モデルと最適性^{1), 2)}

ここで取り扱うコンベヤラインは、つぎの四つの性質を持つものとする。

- (i) コンベヤスピード：一定
- (ii) コンベヤ上の半製品の間隔：一定
- (iii) 各作業員に対してその作業場所が定まっている。
- (iv) 半製品はコンベヤ上で加工される。

4.3.1 1 作業域コンベヤライン

図 4.5 に 1 作業域コンベヤラインのモデルを与える。このモデルの形式化の中に、一般の N 作業域コンベヤラインの基本的性質がほとんどすべて含まれている。図 4.6 は、半製品の集合 $J \equiv (1, 2, 3, 4, 5)$ を $[l_1, l_2, l_3, l_4, l_5]$ なる順序でコンベヤラインに流した場合の作業員の移動軌跡である。線分 p_i, p_i' ; $i = 1, 2, \dots$ は半製品を加工している状態を、線分 p_i', p_{i+1} はつぎの半製品の処理を始めるために後方に戻っていく状態を示す。ただし、 p_2', p_3 では作業域の先端に戻っても、つぎの半製品が流れてきていない。この場合、線分 p_3', p_3 で示される時間（アイドルタイム）だけ作業域の先端で待たねばならない。

つぎに、作業状態を定量的に示すため、つぎの記号を導入する。（図 4.6 参照）

$J \equiv (1, 2, \dots, n)$: 半製品の集合

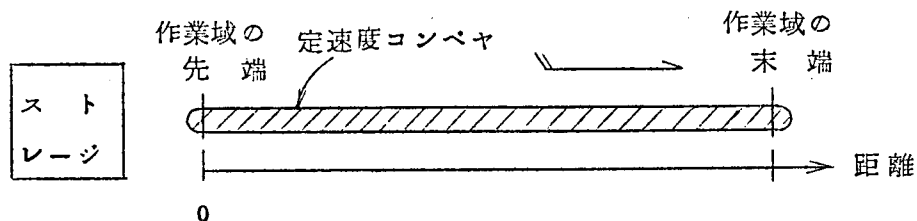


図 4.5 1-作業域コンベヤライン

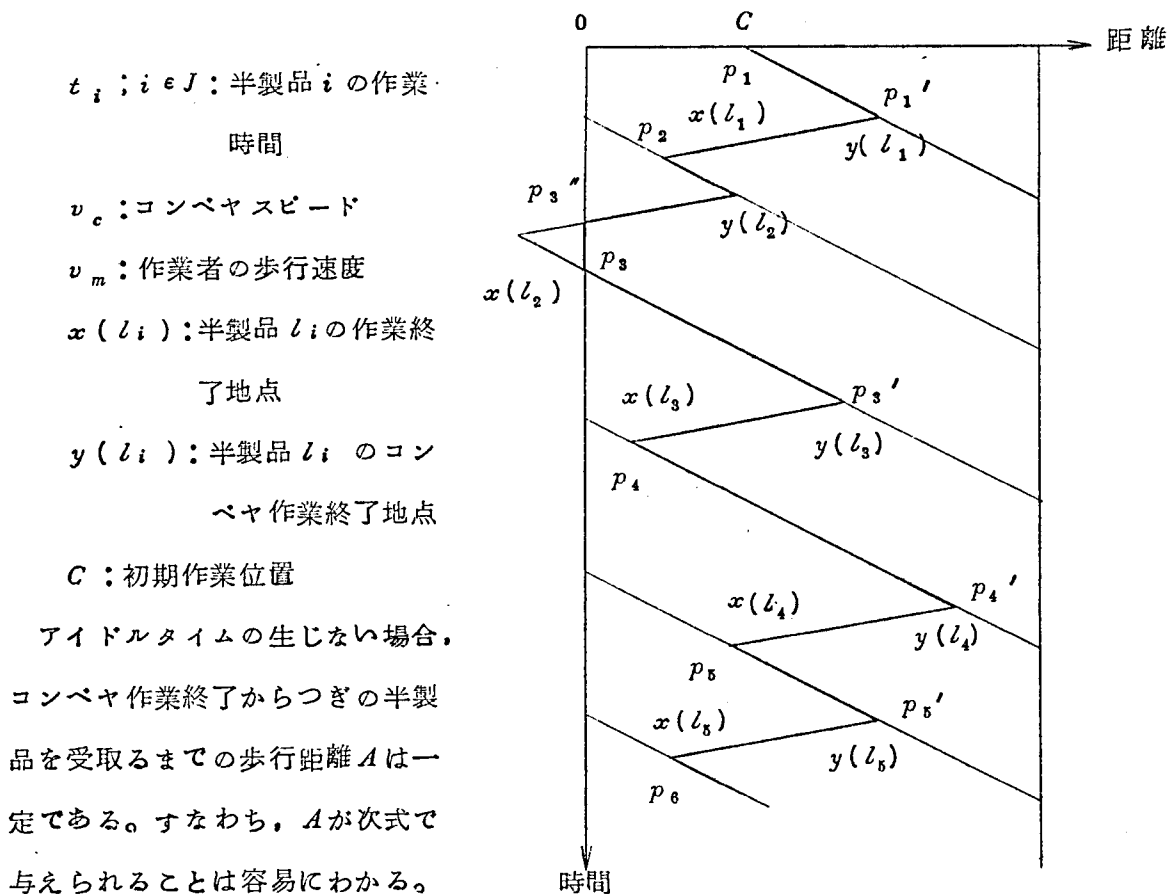


図 4.6 作業員の移動軌跡

$t_i; i \in J$: 半製品 i の作業時間

v_c : コンベヤスピード

v_m : 作業者の歩行速度

$x(l_i)$: 半製品 l_i の作業終了地点

$y(l_i)$: 半製品 l_i のコンベヤ作業終了地点

C : 初期作業位置

アイドルタイムの生じない場合、コンベヤ作業終了からつぎの半製品を受取るまでの歩行距離 A は一定である。すなわち、 A が次式で与えられることは容易にわかる。

$$A = v_m W / (v_c + v_m) \quad (4.1)$$

W : コンベヤ上の半製品の間隔

J に対する $n!$ 個の半製品の順列，すなわちスケジュールの集合を p_J とする。任意のスケジュール $[l_1, l_2, \dots, l_n] \in p_J$ に対して，つぎの漸化式が成立する。(図 4.6 参照)

$$y(l_i) = x(l_{i-1}) + v_c t_{l_i}, \quad x(l_0) = C, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.2)$$

$$\left. \begin{aligned} x(l_i) &= \max[x(l_{i-1}) + \Delta l_i, 0] \\ x(l_0) &= C, \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

$$\text{ただし, } \Delta l_i = v_c t_{l_i} - A \quad (4.4)$$

Δl_i は半製品 l_i のみによって定まるため， l_i の作業変分と呼ぶことにする。

つぎに、最適スケジュー

表 4.2 作業変分と初期作業位置

ールの定義を求める。表 4.2 で示された半製品の集合に対する作業員の移

半製品 i	1	2	3	4	5	6
Δi	1	1	0	-1	-1	-2

動軌跡の 3 つの例を図 4.7 に示す。図 4.7 (c) のスケジュールでは、半製品 2 のときに作業域内 ($0 \sim L$) で作業が完了できない。軌跡の各頂点、すなわち $y(l_i)$ と L との差 $L - y(l_i)$ は l_i における作業余裕と考えられる。この余裕が大きいほど、作業ミスのために作業域内で作業ができなくなる危険性は小さくなる。また、この余裕が大であることは、コンベヤスピードのアップが可能であることと等価である。

以上の議論から、最適スケジュールはつぎのように定義できる。

定義 1

半製品の集合 J ，そのスケジュール集合を p_J とするとき

$$\max_{[l_1, l_2, \dots, l_n] \in p_J} \min_{i=1 \sim n} (L - y(l_i))$$

すなわち

$$\min_{[l_1, l_2, \dots, l_n] \in p_J} \max_{i=1 \sim n} y(l_i) \quad (4.5)$$

なる $[l_1, l_2, \dots, l_n]$ を最適スケジュールと定義する。

定理 1

半製品の集合 J に対して、 $\Delta i \geq -C$; $i = 1, 2, \dots, n$ であるか、 $\Delta j \geq 0$ なる $j \in J$ が少なくとも 1 つ存在すれば

$$\min_{[l_1, l_2, \dots, l_n] \in p_J} \max_{i=1 \sim n} x(l_i) \quad (4.6)$$

の値を与える $[l_1, l_2, \dots, l_n]$ は最適スケジュールである。

証明

まず、定理の条件が成立すれば、次式が成立する。

$$\min_{[l_1, l_2, \dots, l_n] \in p_J} \max_{i=1 \sim n} y(l_i) \geq A \quad (4.7)$$

ここで、 $\Delta i \geq -C$; $i = 1, 2, \dots, n$ であれば、式 (4.2)、(4.4) より、 $y(l_1) = C + \Delta l_1 + A \geq A$ となる。また、 $\Delta j \geq 0$ であるから、 $y(l_i) = x(l_{i-1})$

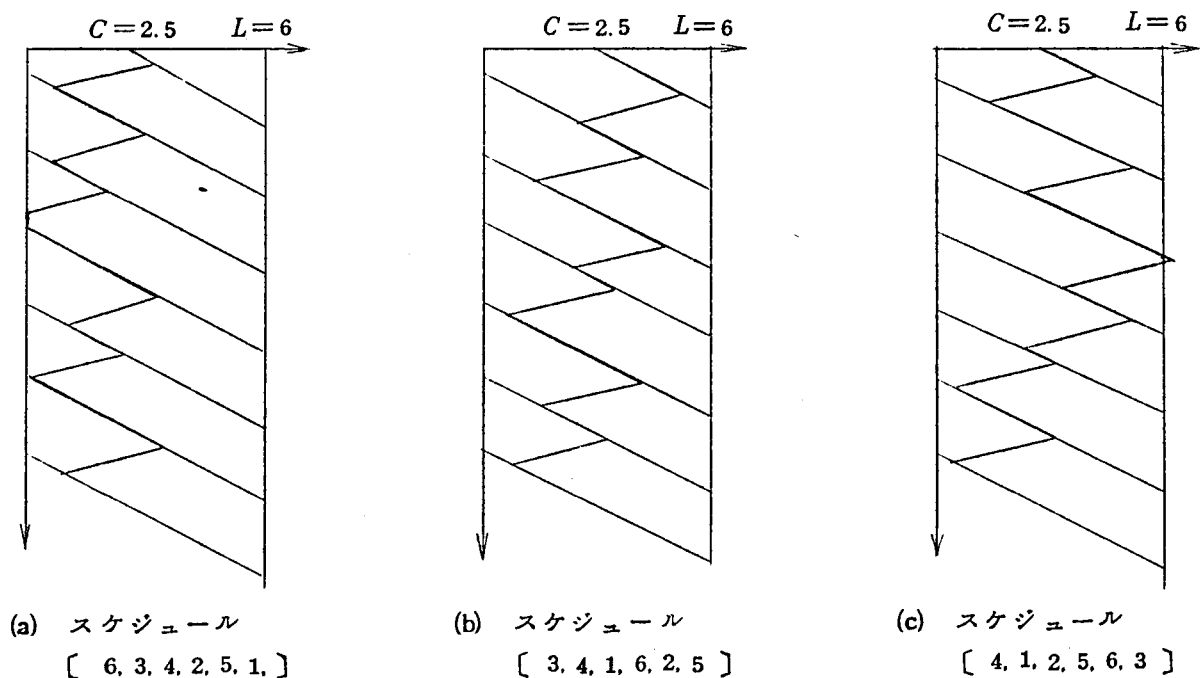


図 4.7 表 4.2 の半製品の集合 J に対するスケジュール例

$+A l_i + A \geq A$ となる。したがって、式 (4.7) が成立する。

ところで、式 (4.2) ~ (4.4) より、 $x(l_i) = \max[y(l_i) - A, 0]$ であるから、次式が成立する。

$$\begin{aligned} & \min_{[l_1, l_2, \dots, l_n] \in p_j} \max_{i=1 \sim n} x(l_i) \\ &= \min_{[l_1, l_2, \dots, l_n] \in p_j} \max_{i=1 \sim n} \max[y(l_i) - A, 0] \end{aligned}$$

したがって、

$$\begin{aligned} & \min_{[l_1, l_2, \dots, l_n] \in p_j} \max_{i=1 \sim n} x(l_i) \\ &= \min_{[l_1, l_2, \dots, l_n] \in p_j} \max_{i=1 \sim n} y(l_i) - A \quad (4.8) \end{aligned}$$

となり、定理が証明された。(証明終り)

定理の条件は必要条件¹⁾でもあるが、その性質はここでは不要であるので、その証明は省略した。半製品の集合 J には正の作業変分を持つ半製品が含まれているのが普通であるし、また、定理 1 の条件が満足されなければ、どのようなスケジュールでも作業余裕は十分あるため、最適スケジュールをつぎのように定義しなおすことができる。

定義 2

半製品の集合 J ，そのスケジュール集合を p_j とするとき、

$$\min_{[l_1, l_2, \dots, l_n] \in p_J} \max_{i=1 \sim n} x(l_i) \quad (4.9)$$

の値を与える $[l_1, l_2, \dots, l_n]$ が最適スケジュールである。

4.3.2 N 作業域コンベヤライン

前節で述べた 1 作業域の種々の概念を N 作業域の場合に拡張する。図 4.8 に N 作業域コンベヤラインのモデルを与える。作業域とは 1 人または 1 グループの作業員がある特定の作業を行なっている作業域のことであって、第 i 作業域と第 j 作業域とは実際には同一場所であっても良い。すなわち、作業員（または、グループ）単位に作業域を考え、一列に配列し直したものがこのモデルである。



図 4.8 N 作業域コンベヤライン

各作業域の作業はそれぞれ独立であるとしているから、作業員の移動軌跡は独立に描ける。しかし、第 i 作業域での最適なスケジュールが第 j ($j \neq i$) 作業域で最適とは限らない。相異なる作業域での作業余裕を同一尺度で評価するために、作業員の移動軌跡の正規化をはからねばならない。半製品の集合 $J \equiv (1, 2, \dots, n)$ に対するスケジュール集合 p_J の任意の要素 $[l_1, l_2, \dots, l_n] \in p_J$ に対して、半製品 l_i の処理時点での N 作業域全体としての作業余裕は、 N 個の作業域の中での最小の正規化された作業余裕と考えるべきである。この基本方針にしたがい、 N 作業域コンベヤラインの作業モデルと半製品の最適スケジュールとの定式化をはかる。

まず、記号を導入する。

t_{ji} : 半製品 $i \in J$ の第 j 作業域での作業時間

L_j : 第 j 作業域の幅

v_{mj} : 第 j 作業域での作業者の歩行速度

v_c : コンベヤスピード

C_{j^0} : 第 j 作業域の初期作業位置

$x_j^0(l_i)$: スケジュール $[l_1, l_2, \dots, l_n] \in p_j$ における第 j 作業域での半製品 l_i の作業終了地点

各作業域での作業はその作業域内でしか行なえないから、作業域相互の関係はない。したがって、1 作業域の場合の式 (4.1), (4.2) に対応して、次式をうる。

$$A_j = v_{mj} \cdot W / (v_c + v_{mj}) \quad (4.10)$$

$$x_j^0(l_i) = \max [x_j^0(l_{i-1}) + d_{jl_i}, 0] \quad (4.11)$$

$$x_j^0(l_0) = C^0, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 1, 2, \dots, N$$

$$d_{jl_i} = v_c \cdot t_{jl_i} - A_j \quad (4.12)$$

第 j 作業域での作業余裕は、 $x_j^0(l_i)$ で作業負荷を考える場合には、等価な作業域の幅を $L_j - A_j$ とみなせるから、 $L_j - A_j - x_j^0(l_i)$ となる。したがって、式 (4.11) を $L_j - A_j$ で無次元化すると、次式をうる。

$$\frac{x_j^0(l_i)}{L_j - A_j} = \max \left(\frac{x_j^0(l_{i-1})}{L_j - A_j} + \frac{d_{jl_i}}{L_j - A_j}, 0 \right)$$

ただし、
$$\frac{x_j^0(l_0)}{L_j - A_j} = \frac{C_j^0}{L_j - A_j} \quad (4.13)$$

$$j = 1, 2, \dots, N, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

式 (4.13) から次の量が定義できる。

$\Delta j_i \equiv d_{ji} / (L_j - A_j)$: 半製品 i の第 j 作業域での正規作業変分

$x_j(l_i) \equiv x_j^0(l_i) / (L_j - A_j)$: 半製品 l_i の第 j 作業終点

$C_j \equiv C_j^0 / (L_j - A_j)$: 第 j 作業域での正規初期作業位置

$\Delta j \equiv (\Delta j_1, \Delta j_2, \dots, \Delta j_N)$: 半製品 i の正規作業変分ベクトル

$C \equiv (C_1, C_2, \dots, C_N)$: 正規初期作業位置ベクトル

$x(l_i) \equiv (x_1(l_i), x_2(l_i), \dots, x_N(l_i))$: 正規作業終点ベクトル

これらの記号を用いると、 N 作業域の場合の基本式は式 (4.13) よりつぎのようにかかる。

$$x(l_i) = \max [x(l_{i-1}) + \Delta l_{i-1}, \phi]; \quad i = 1, 2, \dots, n$$

ただし、 $x(l_0) = C$ (4.14)

ϕ : 零ベクトル

つぎに、等価作業終点 $x_e(l_i)$ なる量を次式で定義する。

$$x_e(l_i) = M_v x(l_i) \equiv \max_{j=1 \sim N} x_j(l_i); \quad i = 1, 2, \dots, n$$

ただし、 $x_e(l_0) = M_v C \equiv \max_{j=1 \sim N} C_j$ (4.15)

ここで、 M, x は、ベクトル x の最大要素を示すものである。ところで、等価作業終点 $x_e(l_i)$ は各半製品 l_i に対して最小の正規化作業余裕を与える作業域の作業終点であるから、 N 作業域コンペヤラインの最適スケジュールの定義としてつぎのものをうる。

定義 3

半製品の集合 $J \equiv (1, 2, \dots, n)$ のスケジュール集合を p_J とするとき

$$\min_{[l_1, l_2, \dots, l_n] \in p_J} \max_{i=1 \sim n} x_e(l_i) \quad (4.16)$$

なる $[l_1, l_2, \dots, l_n] \in p_J$ を最適スケジュールと定義する。

4.4 最適解計算法 1), 2)

4.4.1 ブランチアンドバウンド法による計算方針

3.2.1 項で説明したブランチアンドバウンド法 (BBM) ⁴⁾ を用いて、定義 3 で与えた最適スケジュールを求める計算手法を提案する。

(a) スケジュール集合の分割法

半製品の集合 J が n 個の要素から成っているから、スケジュール集合 (実行可能解の集合) は $n!$ 個の要素から構成される。BBM で用いる “部分集合” を先頭の r 個 ($r = 0, 1, 2, \dots, n-1$) の順列の等しい順列の集合 (スケジュール集合の部分集合) とする。この部分集合の要素は $(n-r)!$ であり、 $r=0$ の部分集合はスケジュール集合 (実行可能解の全体 p_J) である。 $r=n-1$ である部分集合が 1 個の要素から成ることは自明である。

先頭の r 個の順列が同一であるスケジュールの部分集合は、 $r+1$ 番目までの順列の同一性によって分割される。したがって、この部分集合はさらに $(n-r)$ 個の部分集合に分割される。先頭の r 個の順列が l_1, l_2, \dots, l_r であるスケジュールの集合 (p_J の部分集合) を $\{l_1, l_2, \dots, l_r\}$ で表わすことにする。

(b) $\{l_1, l_2, \dots, l_r\}$ に対する目的関数の下界計算の方針

$\{l_1, l_2, \dots, l_r\}$ の任意のスケジュール $[l_1, l_2, \dots, l_r, l_{r+1}, \dots, l_n]$ に対する目的関数は、

$$\max_{i=1 \sim n} x_e(l_i) = \max_{i=1 \sim r} [\max_{i=1 \sim r} x_e(l_i), \max_{i=r+1 \sim n} x_e(l_i)] \quad (4.17)$$

とかける。右辺のカッコ内の第1項は、部分集合 $\{l_1, l_2, \dots, l_r\}$ の全スケジュールに対して一義的に定まる値である。しかし、第2項は $\{l_1, l_2, \dots, l_r\}$ の各スケジュールにより異なる値をとるため、その下界を計算しなければならない。つぎにそれを行なう。

4.4.2 下界計算式

補題1

部分集合 $\{l_1, l_2, \dots, l_r\}$ の任意の要素 $[l_1, l_2, \dots, l_r, l_{r+1}, \dots, l_n]$ に対して次式が成立する。

$$\max_{i=r+1 \sim n} x_e(l_i) \geq \max [M_v \{x(l_r) + \sum_{k=r+1}^n \Delta l_k\}, \max_{k=r+1 \sim n} M_v \Delta l_k]; r=1, 2, \dots, n \quad (4.18)$$

証明

式(4.14)から

$$\begin{aligned} x(l_n) &= \max [x(l_r) + \Delta l_{r+1} + \Delta l_{r+2} + \dots + \Delta l_n, \Delta l_{r+2} \\ &\quad + \Delta l_{r+3} + \dots + \Delta l_n, \dots, \Delta l_n, \phi] \\ &\geq \max [x(l_r) + \sum_{k=r+1}^n \Delta l_k, \phi] \end{aligned}$$

したがって、

$$\max_{i=r+1 \sim n} x_e(l_i) \geq \max [M_v \{x(l_r) + \sum_{k=r+1}^n \Delta l_k\}, 0] \quad (4.19)$$

つぎに

$$\max_{k=r+1 \sim n} M_v \Delta l_k = M_v \Delta l_h; r+1 \leq h \leq n$$

とする。式(4.14)より、 $x(l_h) \geq x(l_{h-1}) + \Delta l_h$ 、 $x(l_{h-1}) \geq 0$ であるから、 $M_v x(l_h) \geq M_v \Delta l_h$ となる。したがって、次式が成立する。

$$M_v x(l_h) \geq \max_{k=r+1 \sim n} M_v \Delta l_k \quad (4.20)$$

したがって、式(4.19)、(4.20)より、式(4.18)がえられる。(証明終り)

式(4.18)の右辺は容易に計算できるから、式(4.17)の右辺カッコ内の第2項の下界計算式として用いることができる。しかし、これがあまり良い下界を与えない場合がある。

たとえば、 $N=1$ の場合について、もし、 $J_r (=J - (l_1, l_2, \dots, l_r))$ に属す

る半製品のうちで、負の作業変分の値の絶対値が正の作業変分の値より特に大きいものが存在するときには、補題 1 の不等式はあまり良い下界を与えない。このような場合には、つぎの補題が有効である。

補題 2

部分集合 $\{l_1, l_2, \dots, l_r\}$ の任意の要素 $[l_1, l_2, \dots, l_r, l_{r+1}, \dots, l_n]$ に対して

$$M \geq M_0 \left\{ x(l_r) + \sum_{k=r+1}^n \max [\Delta l_k, -M\Pi] \right\} \quad (4.21)$$

ただし、 $\Pi = (1, 1, \dots, 1)$

を満たす M を M_m とすれば、次式が成立する。

$$\max_{i=r+1 \sim n} x_e(l_i) \geq M_m \quad (4.22)$$

式 (4.21) を成立さす最大の M を M_m としたとき、式 (4.22) の右辺は左辺の最も有効な下界となる。

証明

$x_e(l_i); i=r+1, \dots, n$ の最大値を M とおく。すなわち、

$$\max_{i=r+1 \sim n} x_e(l_i) = M \quad (4.23)$$

とする。したがって、

$$x(l_j) = \max [x(l_{j-1}) + \max [\Delta l_j, -M\Pi], \phi]; j=1, 2, \dots, n \quad (4.24)$$

$j=r+1, \dots, n$ について式 (4.24) を辺々加え合わせると、次式をうる。

$$x(l_n) \geq x(l_r) + \sum_{k=r+1}^n \max [\Delta l_k, -M\Pi] \quad (4.25)$$

一般に、 $\max_{i=r+1 \sim n} x_e(l_i) \geq M_0 x(l_n)$ であるから、式 (4.23) と (4.25) より、

$$\max_{i=r+1 \sim n} x_e(l_i) \geq M_0 \left\{ x(l_r) + \sum_{k=r+1}^n \max [\Delta l_k, -M\Pi] \right\} \quad (4.26)$$

となり、式 (4.23) と (4.26) より、式 (4.21)、(4.22) が成立する。式

(4.2.1) の右辺は M について非増加関数であるから、等号が成立するとき右辺は最大となり、最も有効な下界となる。(証明終り)

表 4.3 (a) は、半製品の集合とその作業変分の一列を与える。この例では、負の作業変分の絶対値が正の作業変分の値より特に大きい。表 4.3 (b) は、 $\{3\}$ の目的関数の最小値、補題 1 と補題 2 とのそれぞれによる下界計算値を与えており、補題 2 の有効性を示している。図 4.9 は、表 4.3 (a) の例に対する最適スケジュールを示している。

表 4.3 補題 2 による下界計算式の有効性

半製品 i	1	2	3	4	5	6
Δi	-0.8	0.2	0.1	0.2	0.1	0.3

(a) 半製品とその作業変分 ($C=0$)

$\{3\}$ での目的関数の最小値	0.5
補題 1 で計算した $LB(\{3\})$	0.3
補題 2 で計算した $LB(\{3\})$	0.45

(b) 下界計算式の比較

絶対値として目的関数の最大値以上の値を持つ負の作業変分は $-M$ の意義しか持たないことを補題 2 は示している。補題 2 の計算は補題 1 の計算に比べて、やや厄介である。したがって、補題 1 でえられた下界を M とした場合、 $-M$ 以下の値を持つ作業変分があるときに限って補題 2 の計算を行なうべきである。

つぎに、 J_r に属する半製品のうち正の作業変分の方が負の作業変分の絶対値より大きいときには、補題 1、補題 2 の下界値はあまり有効でない。表 4.4、図 4.10 はこのような場合の一例である。この点を考慮した下界値の計算法をつぎに与える。

補題 3

部分集合 p_j に対して、

$$V_{r,p}^{(j)} = (\Delta j i ; \Delta j i > 0, i \in J_r) \quad (4.27)$$

$$V_{r,m}^{(j)} = (\Delta j i ; \Delta j i < 0, i \in J_r) \quad (4.28)$$

ただし、 $J_r = J - (l_1, l_2, \dots, l_r)$

$$j = 1, 2, \dots, N$$

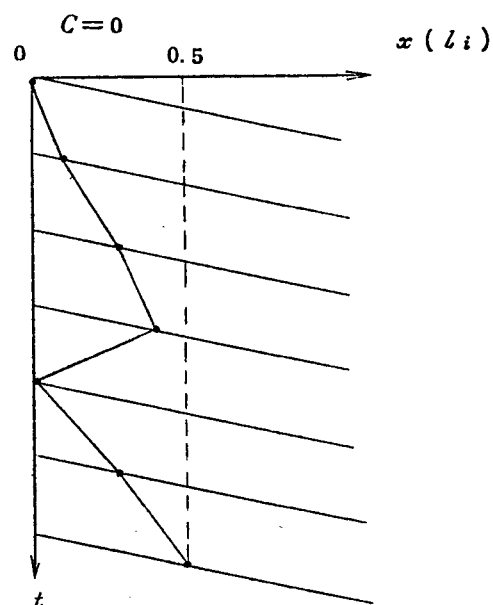


図 4.9 表 4.3 (a) の最適スケジュール
[3, 4, 5, 1, 6, 2]

表 4.4 補題 3 を用いた下界計算式の有効性

半製品 i	1	2	3	4	5	6
Δi	0.6	-0.4	0.6	-0.4	-0.4	0.6

(a) 半製品とその作業変分

($C = 0$)

$\{3\}$ での目的関数の最小値	0.8
補題 1, 2 で計算した $LB(\{3\})$	0.6
補題 1, 2, 3 で計算した $LB(\{3\})$	0.8

(b) 補題 3 を用いた下界計算式の有効性

と定義し、 $V_{rp}^{(j)}$, $V_{rm}^{(j)}$ の要素の個数をそれぞれ p_j , q_j とする。ただし、 $x_j(l_r) > 0$ のときには、 $x_j(l_r)$ を $V_{rp}^{(j)}$ の一つの要素として加えておくものとする。次に、

$$s_j = \lceil q_j / (p_j - 1) \rceil : [] \text{ は } \text{ガウス記号} \quad (4.29)$$

と s_j を定義する。 $V_{rp}^{(j)}$ から値の小さい順に 2 個選び出し、それを $\Delta j p_1$, $\Delta j p_2$ とし、 $V_{rm}^{(j)}$ から値の小さい順に s_j 個選び出し、それを $\Delta j m_s$; $s=1, 2, \dots, s_j$ とすれば、次式が成立する。

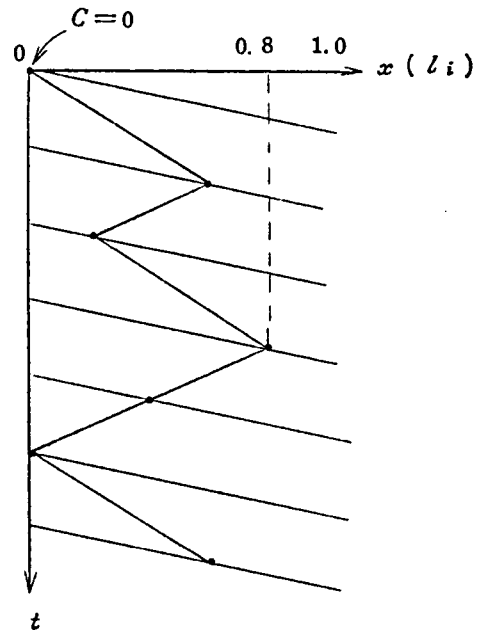


図 4.10 表 4.4(a) の最適スケジュール
[3, 2, 1, 4, 5, 6]

$$\max_{i=r+1 \sim n} x_e(l_i) \geq \max_{j=i \sim N} [\Delta j p_1 + \Delta j p_2 + \sum_{s=1}^{s_j} \Delta j m_s] \quad (4.30)$$

証明

ある作業域 j では、 J_r に属する半製品をどのように配列しても、正の作業変分を持つ 2 つの半製品の間に負の作業変分を持つ半製品が s_j 個入る箇所が生ずる。したがって、

$$\max_{i=r+1 \sim n} x_j(l_i) \geq \Delta j p_1 + \Delta j p_2 + \sum_{s=1}^{s_j} \Delta j m_s$$

が成立し、式 (4.30) が成立する。(証明終り)

さらに、次の関係も成立する。

補題 4

部分集合 $\{l_1, l_2, \dots, l_r\}$ の任意の要素 $[l_1, l_2, \dots, l_r, l_{r+1}, \dots, l_n]$ に対して,

$$\max_{i=r+1 \sim n} x_e(l_i) \geq \min_{l_d \in J_r} M_v \left\{ x(l_r) + \sum_{l_k \in J_r - l_d} \Delta l_k \right\} \quad (4.31)$$

ただし, $J_r = J - (l_1, l_2, \dots, l_r)$

が成立する。

証明

式 (4.14) より, 次式がえられる。

$$x(l_{n-1}) \geq x(l_r) + \sum_{l_k \in J_r - l_n} \Delta l_k$$

したがって, 次式が成立する。

$$x_e(l_{n-1}) \geq M_v \left\{ x(l_r) + \sum_{l_k \in J_r - l_n} \Delta l_k \right\} \quad (4.32)$$

式 (4.32) の右辺は l_n として何をとるかに依存しているから $\{l_1, l_2, \dots, l_r\}$ の任意のスケジュールに対して

$$x_e(l_{n-1}) \geq \min_{l_d \in J_r} M_v \left\{ x(l_r) + \sum_{l_k \in J_r - l_d} \Delta l_k \right\}$$

が成立し, 式 (4.31) が成立する。(証明終り)

表 4.5 (a) は, 補題 4 の有効性を示すための半製品の集合とその作業変分の例である。表 4.5 (b) は, $\{2\}$ の目的関数の最小値, 補題 4 を用いた場合と用いない場合の下界計算値を与えており, 補題 4 の有効性を示している。図 4.11 は, 表 4.5 (a) の例に対する最適スケジュールを示している。

以上の補題より, 部分集合 $\{l_1, l_2, \dots, l_r\}$ の下界計算式として, つぎの定理がえられる。

定理 2

半製品の集合を $J \equiv (1, 2, \dots, n)$, そのスケジュール集合を P_J とするとき, 部分集合 $\{l_1, l_2, \dots, l_r\} \in P_J$ に対する目的関数の下界 $LB(\{l_1, l_2, \dots, l_r\})$ として,

表 4.5 補題 4 を用いた下界計算式の有効性

半製品 i		1	2	3
Δi	$\Delta 1 i$	0.3	0.5	-0.5
	$\Delta 2 i$	-0.5	0.5	0.2

$\{2\}$ での目的関数の最小値	0.7
補題 1, 2, 3 で計算した $LB(\{2\})$	0.5
補題 1, 2, 3, 4 で計算した $LB(\{2\})$	0.7

(a) 半製品とその作業変分 ($C=0$)

(b) 下界計算式の比較

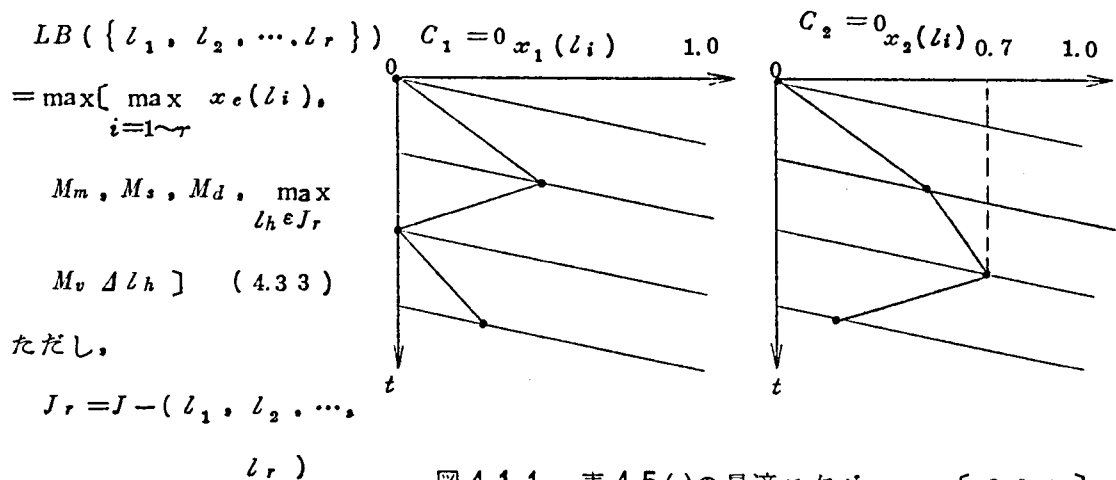


図 4.1 1 表 4.5 (a) の最適スケジュール [2, 3, 1]

をうる。ただし, M_m は補

題 2 の式 (4.2 2) の右辺 (あるいは補題 1 の式 (4.1 8) のカッコ内の第 1 項), M_s は補題 3 の式 (3.3 0) の右辺, M_d は補題 4 の式 (4.3 1) の右辺で与えられる。

証明

式 (4.1 7) と補題 1 ~ 4 からあきらかである。(証明終り)

4.5 最適解計算アルゴリズム 1), 2)

図 4.1 2 に, ブランチアンドバウンド法による最適解計算アルゴリズムの概略フローチャートを示す。下界が最小である部分集合を逐次分割する過程で, 最小の下界を持つ部分集合が複数個あるとき, すなわち, $\min_{S \in F} LB(S)$ なる $S = \{ l_1, l_2, \dots, l_r \}$ が複数個あるときには, 図の * で示した基準でその一つを選択する。

この目的のために, 部分集合 S の LB を計算するさい, つぎの $SI(S)$, $EP(S)$ なる量を計算する。 $SI(S)$ は $S = \{ l_1, l_2, \dots, l_r \}$ の最初の r 番目までの順列で生ずる

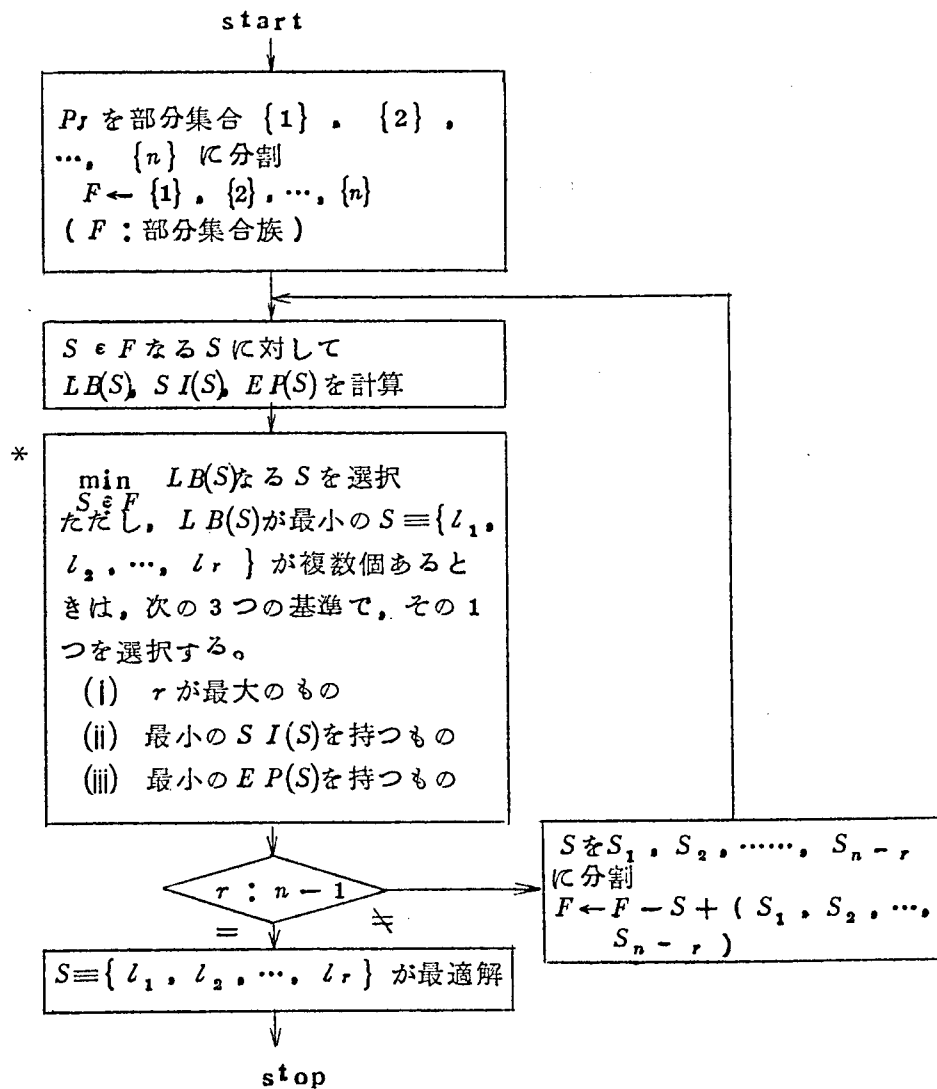


図 4.1 2 最適解決定アルゴリズムの概略フローチャート

アイドルタイムの合計である。すなわち,

$$SI(S) = \sum_{i=1}^r M_v \{ |\min [x(l_{i-1}) + \Delta l_i, \phi]| \} \quad (4.34)$$

ただし, $A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ のとき, A の絶対値 $|A|$ は $|A| = (|a_1|, |a_2|, \dots, |a_n|)$ であるとする。一方, $EP(S)$ は r 番目の仕事に対する等価終点であって, 次式で与えられる。

$$EP(S) = x_e(l_r)$$

図 4.1 2 に示すように, $\min_{S \in F} LB(S)$ を与える $S = \{l_1, l_2, \dots, l_r\}$ が複数個あるときには, つぎの判定基準で一つの部分集合が選択される。

- (1) 最大の r を持つ部分集合 S

(2) 最小の $SI(S)$ を持つ部分集合 S

(3) 最小の $EP(S)$ を持つ部分集合 S

$S = \{ l_1, l_2, \dots, l_r \}$ に含まれている実行可能解の個数は $(n-r)!$ であるから、 r が大きい部分集合ほど、そこに含まれている実行可能解の個数は少なく、その下界の値とその集合での最小の目的関数の値とが近い場合が多いからである。 $SI(S)$ の小さい部分集合 S は最初の r 個の順列でのアイドルタイムは小さく、負の作業変分が無駄に使われなかったことを示している。 $EP(S)$ が最小の S を選ぶのは、(2) の基準が満たされている限り、最適解が S に含まれている確率が高いという経験則である。この基準の優先順位は (1), (2), (3) の順である。

4.6 計算例 1), 2)

この計算アルゴリズムでは、正規作業変分ベクトル Δi ; $i = 1, 2, \dots, n$ と正規初期作業位置ベクトル C だけが与えられればよい。 Δi と C とは半製品 i の第 j 作業域における作業時間 t_{ij} , 作業域の幅 L_j , 作業者の歩行速度 V_{mj} , 初期作業位置 C_j , コンベヤ速度 V_c , コンベヤ上の半製品の間隔 W から計算できる。したがって、以下の計算では Δi と C とが与えられているものとする。

Δi と C とが表 4.6 で与えられる場合の最適解探索過程を図 4.13 に示す。 P_j の部分集合 S を示す“木”の“葉”の右端に示したベクトルは、 $(LB(S), SI(S), EP(S))$ の値である。つぎに、 $S = \{5, 1\}$ に對して、このベクトル値を計算する。

(1) $LB(\{5, 1\})$ の計算

$$\begin{aligned} x(5) &= \max [C + \Delta 5, \phi] = \max [(0.2, 0.3) + (-0.1, -0.2), \phi] \\ &= (0.1, 0.1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x(1) &= \max [x(5) + \Delta 1, \phi] = \max [(0.1, 0.1) + (0.3, 0.2), \phi] \\ &= (0.4, 0.3) \end{aligned}$$

$$\max_{i=5,2} x_e(i) = \max [M_v x(5), M_v x(1)] = 0.4 \quad (4.36)$$

M_m の計算として補題 1 を用いれば

$$\begin{aligned} M_m &= M_v \{ x(1) + \Delta 2 + \Delta 3 + \Delta 4 \} = M_v \{ (0.4, 0.3) + (-0.2, 0.3) \\ &\quad + (0.4, -0.3) + (-0.3, 0.1) \} = 0.3 \end{aligned} \quad (4.37)$$

表 4.6 計算例のデータ

半製品 i		1	2	3	4	5
Δi	$\Delta 1 i$	0.3	-0.2	0.4	-0.3	-0.1
	$\Delta 2 i$	0.2	0.3	-0.3	-0.1	-0.2

$$C = (C_1, C_2) = (0.2, 0.3)$$

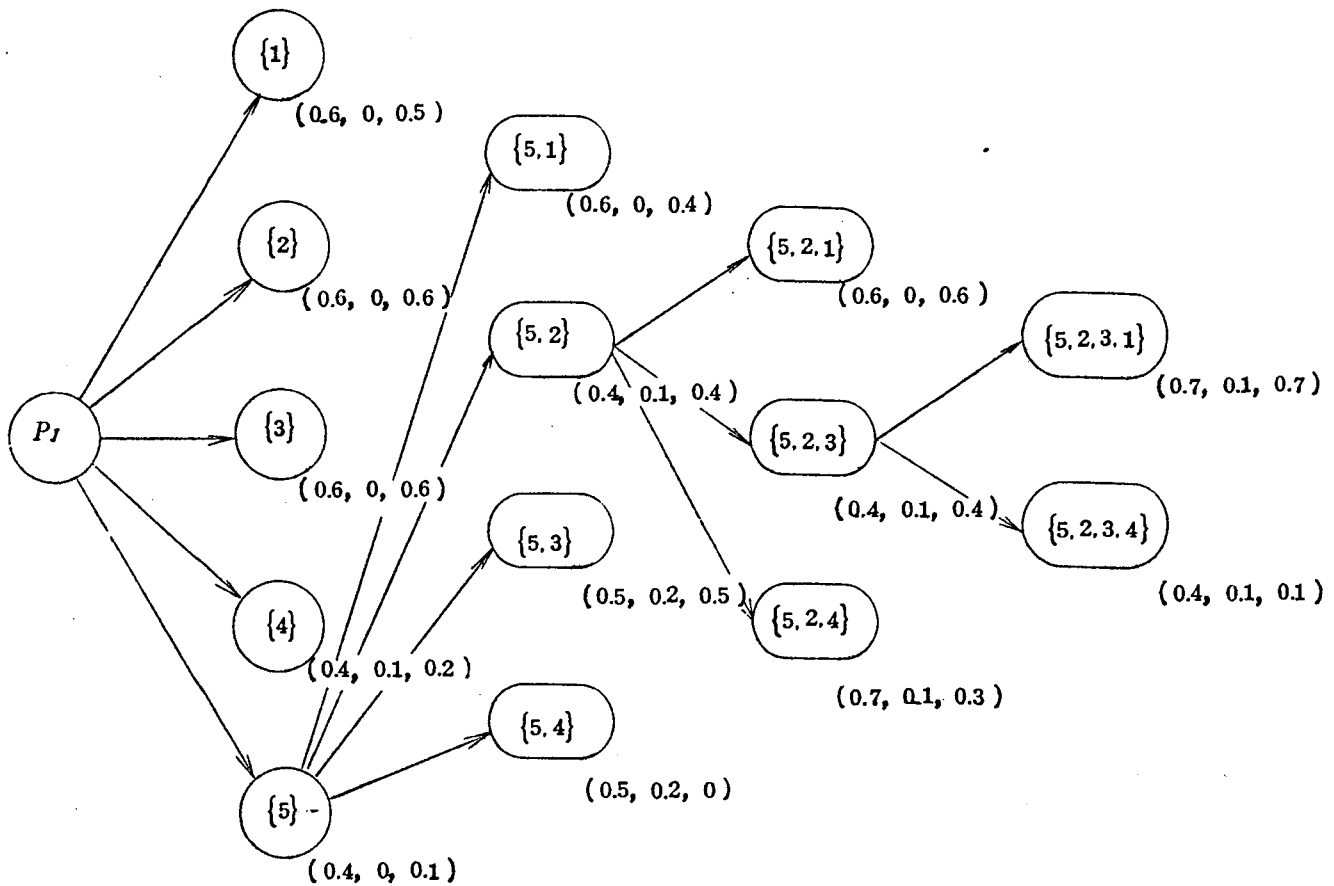


図 4.13 表 4.6 の半製品の集合に対する最適スケジュール探索過程

つぎに, M_s を計算する。 $V_{1p}^{(1)} = (0.4, 0.4)$, $V_{1m}^{(1)} = (-0.2, -0.3)$, $V_{1p}^{(2)} = (0.3, 0.3)$, $V_{1m}^{(2)} = (-0.3, -0.1)$, $p_1 = 2$, $q_1 = 2$, $p_2 = 2$, $q_2 = 2$, $s_1 = 2$, $s_2 = 2$ となるから

$$M_s = 0.3 \quad (4.38)$$

つぎに, M_d を計算する。

(i) $L_d = 2$ のとき

$$M_v \{ x(1) + \Delta 3 + \Delta 4 \} = M_v \{ (0.4, 0.3) + (0.4, -0.3) + (-0.3, -0.1) \} \\ = 0.5$$

(ii) $L_d = 3$ のとき

$$M_v \{ x(1) + \Delta 2 + \Delta 4 \} = M_v \{ (0.4, 0.3) + (-0.2, 0.3) + (-0.3, -0.1) \} \\ = 0.5$$

(iii) $L_d = 4$ のとき

$$M_v \{ x(1) + \Delta 2 + \Delta 3 \} = M_v \{ (0.4, 0.3) + (-0.2, 0.3) + (0.4, -0.3) \} = 0.6$$

であるから,

$$M_d = 0.5 \quad (4.39)$$

また,

$$\max_{i=2,3,4} M_v \Delta i = 0.4 \quad (4.40)$$

したがって, 式 (4.33) に式 (4.36) ~ (4.40) を代入して

$$LB(\{5.1\}) = \max[0.4, 0.3, 0.3, 0.5, 0.4] = 0.5 \quad (4.41)$$

がえられる。

(2) $SI(\{5.1\})$ の計算

$$M_v \{ 1 \min[C + \Delta 5, \phi] \} = M_v \{ 1 \min[(0.2, 0.3) + (-0.1, -0.2), \\ \phi] \} = M_v(0, 0) = 0$$

$$M_v \{ 1 \min[x(5) + \Delta 1, \phi] \} = M_v \{ 1 \min[(0.1, 0.1) + (0.3, 0.2), \\ \phi] \} = M_v(0, 0) = 0$$

であるから, 式 (3.34) より

$$SI(\{5.1\}) = 0 \quad (4.42)$$

(3) $EP(\{5.1\})$ の計算

$$EP(\{5.1\}) = x_e(1) = M_v(0.4, 0.3) = 0.4 \quad (4.43)$$

計算時間を評価するために, 作業域が 10, 半製品の個数が 20 の場合について, 乱数で Δi , C とを作り計算したが, ほぼ 8 ~ 20 sec の計算時間 (HIPAC-5020) で最適解を求めることができた。半製品の個数が増加するにしたがい, 計算時間は急速に増加すると考えられるが, 作業域の個数に対しては計算時間はほぼ比例するようである。

4.7 ストレージ管理方式

4.7.1 ストレージ引出し規制

上述の最適スケジューリングアルゴリズムでは、コンベヤラインの各ゾーンでの作業負荷だけしか考慮されていない。実際の組立ラインでは、さらにつぎの規制が加わる場合がある。

(1) ストレージの構造

(2) 生産納期

自動車組立ラインの工程間のストレージの構造は、コンベヤ投入順序に対する規制という面から眺めると、図4.14と描ける。ストレージは N 個のレーンから成り、各レーンには最大 M 個の半製品が格納できる。

半製品をあるレーンにいったん入れてしまえば、他のレーンに移すことはできない。ストレージからつぎに

取出せる半製品は、常に各レーンの先

端にあるものである。したがって、この引出し規制を考慮して実行可能解の集合の分割（ブランチアンドバウンド法での）を行なわねばならない。これは、スケジューリングアルゴリズムの単純な修正なので省略する。

コンベヤラインに流す順序を決めるため、レーン k から l_k 個というように、全体として n 個取り出す。この場合の可能なコンベヤ投入順序の数は

$$\frac{n!}{l_1! l_2! \cdots l_N!}, \text{ ただし, } l_1 + l_2 + \cdots + l_N = n \quad (4.44)$$

である。ストレージの構造のために、コンベヤ投入順序の選択範囲が $n!$ から、式(4.44)の値に制限される。この選択範囲が最小となるのは、各レーンから、同数ずつ取り出す場合である。

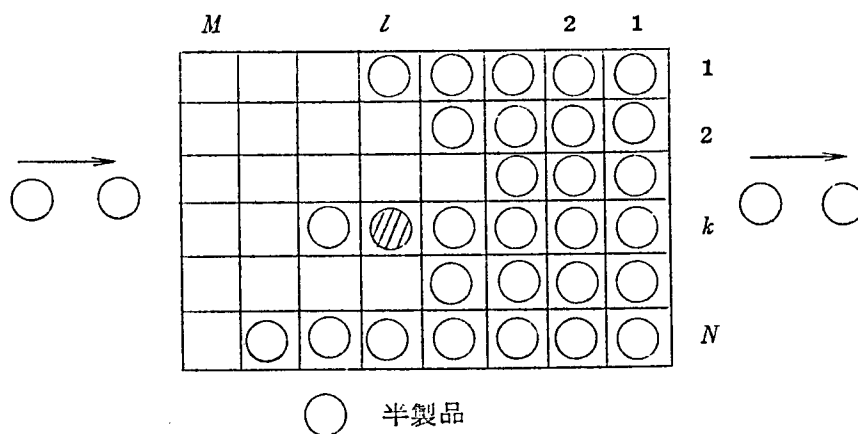


図4.14 ストレージの構造

生産納期は、コンベヤ投入順序を決めるための n 個の半製品の選択基準を与える。ストレージ内の半製品 a_{kl} に対して、時刻 t における自己優先度 p_{kl}^o なる量を導入する。 a_{kl} の生産納期を T_{kl} 、 f を正值の単調減少関数とすれば、 p_{kl}^o は一般に次式

$$p_{kl}^o = f(T_{kl} - t), \text{ただし, } T_{kl} > t \quad (4.45)$$

で与えられる。つぎに、半製品 a_{kl} の優先度 p_{kl} を p_{kl}^o より、次式で定義する。

$$p_{kl} = \frac{M_k}{\sum_{j=1}^{M_k} 1} p_{kl}^o \quad (4.46)$$

ただし、 M_k はレーン k にある半製品の個数である。

式(4.46)から、 $p_{k1} > p_{k2} > \dots > p_{kM_k}$; $k = 1, 2, \dots, N$ であるから、各レーンの出口に近いものほど優先度が高くなっている。また、 a_{kl} の優先度は自己優先度とともに、その背後にある半製品の自己優先度が高いほど大きくなっている。したがって、優先度の高い順に半製品を n 個選べば、生産納期の上から最適であり、しかも物理的にストレージから取り出しうる半製品の集りとなっている。物理的に取り出しうるというのは、たとえば、 a_{12} がこの n 個の中に入っていないのに、 a_{13} が入っているようなことは無いということである。

コンベヤ投入順序の生産納期による規制は緩いから、この n 個の中でのコンベヤ投入順序は、コンベヤラインでの作業負荷と、(1)のストレージ構造による順序規制との2点だけで決めればよい。

4.7.2 ストレージ投入法

ストレージの各レーンへの投入法は、典形としてつぎの2つが考えられる。各作業域での作業時間のパターンの類似性により半製品を分類し、同一種類の車を同一レーンに投入するのが第一の方法である。1レーン毎に種類を異ならせれば、必要レーン数の増大と生産納期の面で難点はあるが、作業負荷のバランスを取るスケジューリングの面では望ましい。

第2の方法は、レーンによって投入する種類を定めず、生産納期の面から投入レーンを決めるものである。前工程からストレージの前に到着した車を平均的に最短時間でストレージから出そうと思えば、各レーンの出口側からみて末尾の車の優先度が最も高いレーンに投入すべきである。というのは、コンベヤ投入順序決定の際には、まず、生産納期から定まる優先度の順に半製品を n 個選び、その中で作業負荷を考慮したコンベヤ投入順序を決めるからである。

以上は、典型として2つの方法を述べたものであるが、実際にはこの両者の妥協案がとられる。作業時間の面から、半製品をあまり細かく分類せず、1種類の半製品を数レーンに収容する。このようにすれば、第1と第2の手法が共用できる。

4.8 第4章のまとめ

第4章であきらかにした事項は次の通りである。

(1) 混合生産の最適スケジュールとは、すべての作業者とすべての半製品に対する最小の作業余裕を最大化する(負荷バランスをはかる)ような半製品の投入順序である。

(2) 混合生産の作業余裕の状態は、作業者の移動軌跡で表わされ、定量的には次のモデルで表現できる。

コンベヤラインは N 個の作業域(作業員)から成り、投入すべき半製品の集合を $J \equiv (1, 2, \dots, n)$ とする。 J を $[l_1, l_2, \dots, l_n]$ なる順序でコンベヤラインに投入した場合の半製品 l_{i+1} の処理が開始できる時点の各作業者の位置 $x(l_i) \equiv (x_1(l_i), x_2(l_i), \dots, x_N(l_i))$ は、次の式で表わせる。

$$x(l_i) = \max [x(l_{i-1}) + \Delta l_i, \phi]$$

$$x(l_0) = C, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

ただし、 $C = (C_1, C_2, \dots, C_N)$ は各作業者の“初期作業位置”， $\Delta l_i = (\Delta 1 l_i, \Delta 2 l_i, \dots, \Delta N l_i)$ は半製品 l_i の各作業者に対する作業量によって定まる“作業変分”である。 $x(l_i)$ が小さいほど l_i 作業終了時点での作業余裕は大である。

(3) 混合生産の最適スケジュールは、定量的には次のように表わせる。

$$\min_{[l_1, l_2, \dots, l_n] \in p_J} \max_{i=1 \sim n} \max_{j=1 \sim N} x_j(l_i)$$

とする $[l_1, l_2, \dots, l_n]$ が最適スケジュールである。ただし、 p_J は J の順列集合である。

(4) 最適スケジュール計算法はブランチアンドバウンド法で構成される。そのための実行可能解の部分集合は、先頭 r 個($r \geq 1$)が同一である順列の集合であり、その下界計算法は、移動軌跡と作業変分の値との幾何的な関係を用いて下限を定めるものであり、その妥当性の証明を与えた。

(5) ストレージの構造による投入順序規制と納期条件と、負荷バランシングとを両立させる方法を提案した。

(6) 作業域が10個、半製品の20個に対して、スケジュール計算の所要時間は8～10 sec (HITAC-5020)であり、作業域の個数の増加に対しては計算時間は比例的に増加するだけである。

第5章 最適スケジュールと作業編成

第5章 最適スケジュールと作業編成

混合生産では、切替生産と異なり機種切替毎の作業編成は不要である。しかし、切替生産での最適な作業編成が行なわれた場合の高充実度はえられていない。これは、混合生産で高充実度化を行なえば、コンベヤラインへの半製品の投入順序が不適当な場合、作業者の負荷変動が大きくなり、作業続行が不可能となるからである。

第5章では、混合生産でのコンベヤラインへの半製品の最適な投入順序制御方式（混合生産の最適スケジューリング手法）を用いれば、作業編成の充実度を1～2割増加できることを示す。これは、ある現実の自動車組立ラインを基礎データにとり、計算機によるシミュレーション実験を行なってえられた結果である。1～2割の充実度の向上は、同一設備、人員で、生産量を1～2割増加できることに対応する。

5.1 切替生産の作業編成¹⁾

組立ラインは、一定スピードで走るコンベヤラインを主体とし、このコンベヤに沿って、作業域が配列され、各作業域では部品取付などの組立作業が行なわれる。コンベヤ上の一点が各作業域を通過する時間をサイクルタイム、またはタクトという。組立作業は、各組立機種に応じた多数の作業単位から構成されている。作業単位はこれ以上分割すると余計な動作が生じて不利となる最小の単位である。

作業編成の問題は、各作業域内でサイクルタイム内に作業ができるように、また作業域を通して作業の割り当てられない時間が最小となるように、全作業単位を一連の全作業場所に割りあてることである。この問題は、製品設計や加工技術からくる作業単位間の関係のために複雑となる。それは、組立作業上まもらなければならない作業単位間の順序規制（半順序関係）があるためである。

図5.1は、作業単位間の順序規制の一例を示したものである。図の円は作業単位を、矢印は作業の順序規制を表わす。たとえば、作業単位 U_6 は7の作業時間を必要とし、 U_6 と U_7 の作業が完了しなければ、その作業を実行できない。

作業編成は一系列に配列されている作業域に、順序規制を満足するよう、これら作業単位

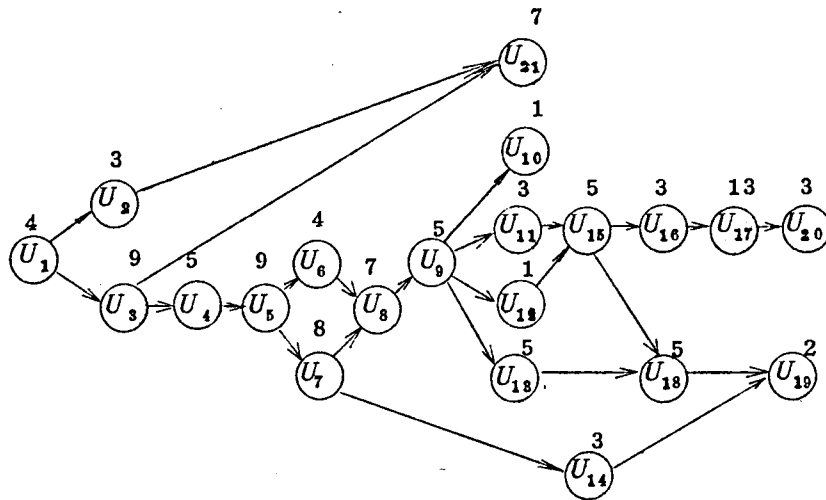


図 5.1 作業単位間の順序規制の 1 例

を配分し、全作業員の作業の充実度を最大にすることである。そのため、各作業域に作業単位を配分するさいには、サイクルタイム（あるいは、タクト）と作業域の個数をも決定しなければならない。しかし、それでは問題が複雑となり過ぎるので、サイクルタイムまたは作業域の個数のいずれか一方は与えられるものとして、作業編成問題の形式化がおこなわれている。

表 5.1 にサイクルタイムが 20 と与えられた場合の最適な作業編成の例である。作業域の個数は 6 となっている。現実の作業編成問題では、作業単位の個数は図 5.1 のように少なくはなく、数 100 のオーダーである。

表 5.1 図 5.1 に対する作業編成の 1 例（サイクルタイム：20）

作業域	作業時間	作業単位
1	18	U_1, U_3, U_4
2	19	U_2, U_5, U_{21}
3	15	U_6, U_7, U_{14}
4	17	$U_8, U_9, U_{10}, U_{11}, U_{12}$
5	20	$U_{13}, U_{15}, U_{16}, U_{18}, U_{19}$
6	16	U_{17}, U_{20}

5.2 混合生産の作業編成と最適スケジュール制御²⁾

5.2.1 自動車組立ラインの作業編成の現状

図5.2に某自動車メーカーの乗用車組立ラインの作業編成の一部を示す。図の横方向はコンベヤラインの方向であり、ステージ毎に分割してある。ステージは作業域とは異なる概念で、ステージの幅とはコンベヤ上の車間距離 W である。したがって、各車が各ステージ内にいる時間はタクト（サイクルタイム）幅である。図の縦方向は作業員を示す。図の A , B , C , ……は作業員の頭数を示す符号であって、各ステージで A なる作業員が作業しているということではない。この組立ラインには、同型の車のみしか流していないが、同一車種であっても、2ドア/4ドア、右ハンドル/左ハンドル、フロアシフト/コラムシフト、リクライニングシート付等々により処理仕様が大幅に異なっている。これらすべての組み合わせを考えると、車の種類はきわめて膨大となるが、処理時間の面から15車種に分類してある。

図5.2で、各ステージ、各作業員毎に描かれている水平方向の線分は、各車種の作業時間 ST である。縦方向の点線はタクトであって、図からタクトに対する各作業員ごとの作業時間の比率が読みとれる。ほとんどの作業員の作業時間はタクトより小であるが、ステージ1とステージ2の C と、ステージ2の B では車種8が、ステージ2の C では車種7, 12, 13, 14などが、タクトより大の作業時間となっている。ステージ2の A , B , E , F は2ステージで1作業を行なっている。これは各人が一台おきに作業をしていることを示している。1ステージでの作業が数人で行なわれているのには、二通りの場合がある。一つは、まったく同一の作業を協同で行なっている場合であり、他の一つは自動車の異なった部位（フロント、ボンネット、左右ドア、リア部などの8個の部位に区分され、異なる部位の同時作業には相互干渉がない）の作業が平行して行なわれている場合である。

各車種の作業時間がすべてタクト以下であれば、どのような順序で各車種を流しても自己のステージ内で作業ができ、まったく問題はない。しかし、ある車種の作業時間がタクト以上である作業員にとっては、自己のステージ内で作業をすることは不可能である。そのため、隣りのステージの作業の中に、前ステージから流されてきた作業と干渉する作業（同一部位の作業）のないことが必要である。このような考慮は作業編成の段階で行なわれている。しかし、タクトを超える作業時間の車種の作業を行なうと、ステージの左端から作業を開始できるのは、数台の車を処理してからになる。したがって、タクトを超える作

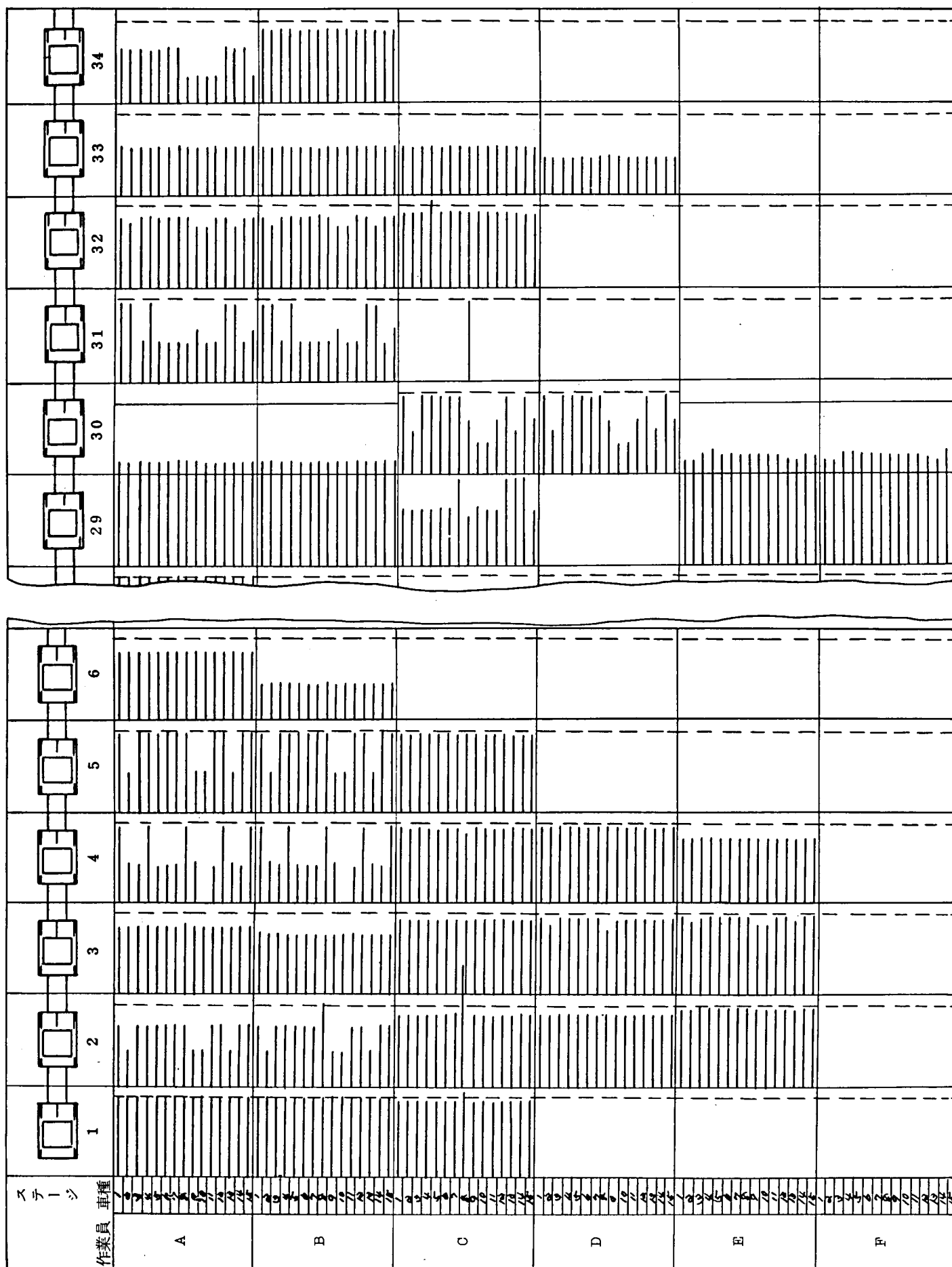


図 5.2 自動車組立ラインの作業編成の実例

業時間の車種は数台おきに流さなければ、作業員はコンベヤの移動方向にしないで流されてしまう。流される量が増すにしたがい、たとえ直接には隣りの作業員と同一部位作業による干渉がなくとも、作業員の集中による混乱と、工具や部品置場からの距離の増加などのために作業能率が低下し、さらに流されるという悪循環に陥りやすい。

ある特定の作業員だけについて考えるのであれば、タクトを超える作業時間の車種をある台数以上の間隔をあけて流していれば、ある程度作業負荷のバランスを取ることができる。しかし、この問題車種は作業員によって異なる場合があり、その上ストレージに入っている各車種の台数、配列がたえず変動するため、全体的に最適な組立ラインへの投入順序は定めにくい。したがって、組立ラインへの投入順序が適切であっても作業員が大きく流される危険を少なくしようとすれば、各車種の作業時間がタクトを超えないように作業編成を行なうか、もしタクトを超える作業時間の車種を作らざるをえない場合には、他の車種の作業時間がタクトよりかなり小さくなるように作業編成を行なわねばならない。そのため、図 5.2 に示すように作業編成の充実度はきわめて低く、67%にしかすぎない。

5.2.2 組立ラインへの適用^{3) 4)}

第 4.3 節で導入したコンベヤラインのモデルは、5.2.1 項で説明した実際の組立ラインと次の点で異なっているように見える。その一つは作業域とステージとの相違、第 2 は一つのステージで数人の作業員が独立に作業を行なっている点である。

5.2.1 項で説明したように同一部位でなければ、同一の車に対して同時に作業をすることが可能である。これは、同一ステージでの多人数の独立な作業（最大は部位の個数である 8 個まで）が可能だということであり、1 ステージに割りつけられた作業であっても、同一部位の作業とならない限り、隣りのステージに作業員が流されても直接的には問題はない。したがって、各作業員の流されて良い“範囲”がステージとは別に存在することになる。この範囲が、第 4.3 節で導入した“作業域”という概念である。

各作業員が自己の作業域内で作業を行なう限り、作業員相互間の干渉はない。しかも、このスケジュール制御の目的は、各作業員が自己の作業域内で作業ができるようにすることである。したがって、この目的からは、図 5.2 のような作業形態を図 4.10 に示すように各作業員を一行に配列し直して考えても（配列順序は任意）まったく同じことになる。

図 5.3 では、作業時間 ST_{ji} は、第 4 章で定義した“作業時間” t_{ji} と、ある車に対する加工が完了してから次の車のところに戻る時間（ $=A/V_m \equiv V/(V_c + V_m)$ ）との和として与えられている。したがって、 d_{ji} を $d_{ji} = V_c \cdot t_{ji} - A_j$ （式（4.12）

参照)より計算するとかなり面倒であるため、 d_{ji} の定数倍である $ST_{ji} - T$ を用いることにする。ただし、 T はタクトである。これは、図 5.3 から理解できる。たとえば p_1, p'_1 は作業員 j が半製品 (車) i に加工を加えている状態であり、 p'_1, p_2 はつぎの半製品を受取るために後方に戻っていく状態である。図より、

$$d_{ji} = (ST_{ji} - T) \frac{W}{T} \quad (5.1)$$

なる関係の成立つことがわかる。ただし、 W はコンベヤ上の車間距離である。 $\frac{W}{T}$ は作業域 j にも半製品 i にも無関係な定数であるため、 $ST_{ji} - T$ を作業変分とみなしても作業軌跡の目盛が一倍されるだけで、最適スケジュールの評価にまったく関係しない。

作業域の幅 L_j (または、等価作業域の幅 $L_j - A_j$) をいかに取るべきかは、明確には定めにくい。タクトを超える作業時間 ST_{ji} を持つ作業員 j に対しては、その作業員に与えられたステージ数 + 1 とみなすこともできよう。というのは、タクトを超える作業が与えられているということは、隣りのステージでも一応作業が可能だということである。

全車種の作業時間がタクト以下である作業員にとっては、各車種をいかなる順序で流してもまったく問題はないから、

図 4.10 の N 個の作業域としてはタクト以上の作業時間を持つ作業員に対するもののみで良い。

図 5.4 でその一部を示した自動車組立ラインでは、そのような作業域が 15 個ある。これらの作業域だけについて、各車種に対する作業時間 ST_{ji} を示したのが図 5.4 である。

図 5.5 をみると、すべての作業員のステージ数は 1 であるから、さきに述べた議論でいくと、

作業変分 d_{ji} を正規化する必要はなく、 $d_{ji} = d_{ji}$ である。しかし、それでは、“全作業員の最大の $ST \times V_c$ 、すなわち、 $\max_j \max_i d_{ji} \times V_c$ 。” だけは、各作業員が流されても最適性の判定にはひびかないことになる。したがって、各作業員とも流され方

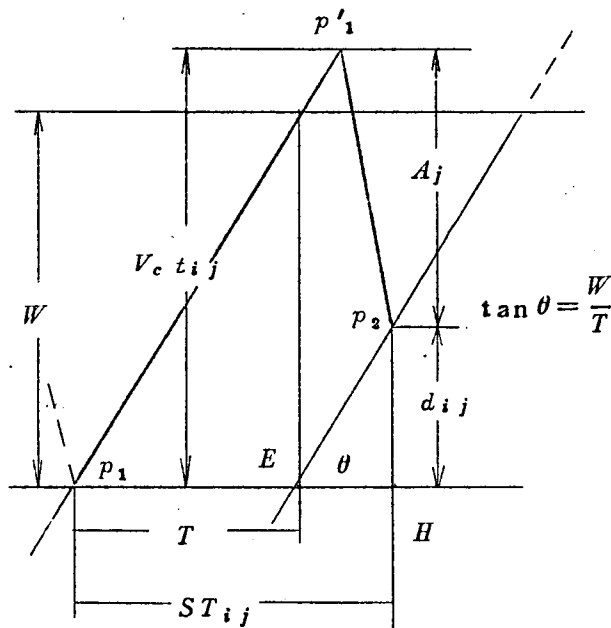


図 5.3 作業変分 d_{ij} の計算

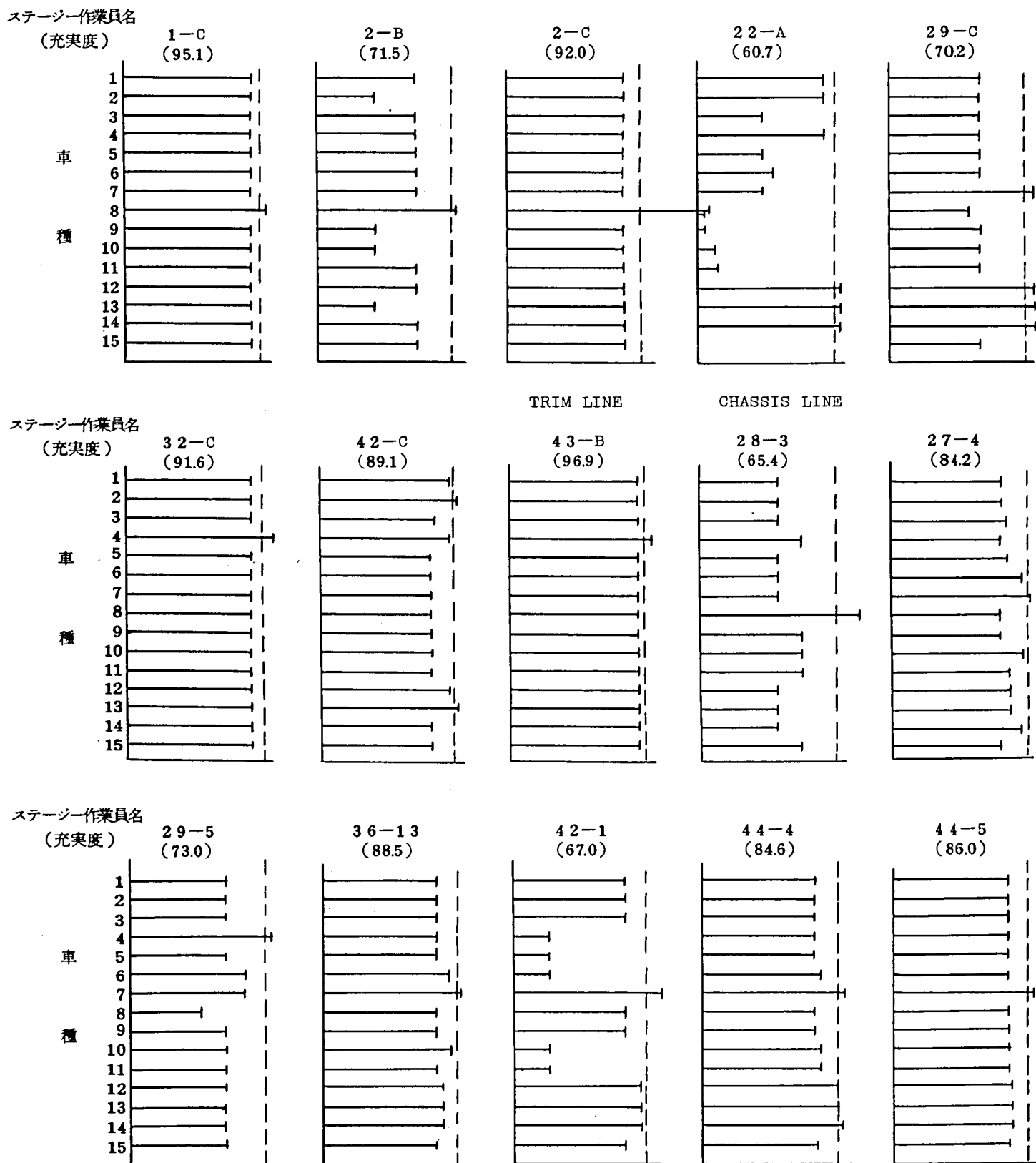


図 5.4 自動車組立ライン作業編成の一部(タクト以上の工数を持つステージ)

が小さくなるように、 d_{ji} を次のように正規化する。

$$\Delta_{ji} = d_{ji} / \max_i ST_{ji} \quad (5.2)$$

つぎに、この組立ラインへのコンベヤ投入順序の実績と本方式による最適順序との比較を行なう。この比較では、ある時刻でのストレージ内の各車種の配列状態と、その時刻以降にストレージに入った車種（投入レーン名、投入順序は既知）がデータである。このデータではストレージの第1レーンから第4レーンまでは使われていない。表5.2はストレージ内の車の配列状態を示す表であるが、(a)では実績のコンベヤ投入順序、(b)には最適コンベヤ投入順序が併記されている。各レーンの各ポジションに上下二つの数字が書かれているが、上は車種名であり、下の○で囲った数字がコンベヤ投入順序である。車種名で（ ）で囲ってあるのは、現在以降にストレージに入る車である。この後からストレージに入る車のストレージ投入順序、レーン名、車種名を表5.3に示す。

第4.7項で説明したように、コンベヤ投入順序を決めるには、まずストレージの構造上の規制を考慮して納期上から20台程度の車を選択しなければならない。この選択のためには、ストレージの各車に対して自己優先度（式(3.45)参照）を決めなければならない。ここでは、初期時刻でのストレージ内の各車の自己優先度をすべて1とし、1タクト時間たつごとに自己優先度を1ずつ増加させることにした。新たに投入される車はタクト時間ごとに一台であるとし、投入される時点での自己優先度を1とした。式(4.46)より優先度を計算し、その最大のも

表5.3 PBS-IN順序

PBS-IN順序	車 種	レーン名
1	1	1 0
2	1	9
3	1	8
4	1	7
5	8	9
6	1	9
7	1	9
8	1	9
9	8	1 1
1 0	1	1 1
1 1	8	1 1
1 2	1	1 1
1 3	1	1 0
1 4	1	9
1 5	8	1 0
1 6	1	9
1 7	4	1 1
1 8	4	1 0
1 9	1	6
2 0	1 5	5
2 1	1 5	5
2 2	1	1 1
2 3	9	1 0
2 4	1	9
2 5	9	8
2 6	1	7
2 7	1 5	7
2 8	8	7
2 9	1	1 1
3 0	4	1 0

表 5.2 P B S 内配列とコンベヤ・イン順序

車名	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5	10 ⑨	10 ②	10 ④	5	5	10	(15)	(15)						
6	3	3	3	3	3	3								
7	15 ⑦	1 ⑪	15 ⑩	1 ⑫	4 ⑬	1 ⑭	(1) ⑮	(15) ⑯	(8)					
8	1 ③	15 ⑧	1 ⑪	1 ⑫	1 ⑬	1 ⑭	(1) ⑮	(9) ⑯						
9	12 ④	12 ⑬	(1) ⑭	(8) ⑮	(1) ⑯	(1) ⑰	(1) ⑱	(1) ⑲	(1) ⑳	(1) ㉑	(1) ㉒			
10	8 ①	8 ⑥	1 ⑩	4 ⑪	15 ⑫	8 ⑬	(1) ⑭	(1) ⑮	(8) ⑯	(4) ㉑	(9) ㉒			
11	1 ②	1 ⑤	1 ⑩	1 ⑪	1 ⑫	1 ⑬	12 ⑭	(8) ⑮	(1) ⑯	(8) ㉑	(1) ㉒	(4) ㉓	(1) ㉔	(1) ㉕
12	8 ③	15	2	1	1	1	(4)							

(a) 実績コンベヤ・イン順序

車名	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5	10 ⑦	10 ⑧	10 ⑨	5 ⑩	5 ⑪	10 ⑫	(15) ⑬	(15) ⑭						
6	3 ⑨	3 ⑩	3 ⑪	3 ⑫	3 ⑬	3 ⑭								
7	15 ⑭	1 ⑮	15 ⑯	1 ⑰	4 ⑱	1 ⑲	(1) ㉑	(15) ㉒	(8) ㉓					
8	1 ⑫	15 ⑬	1 ⑭	1 ⑮	1 ⑯	1 ⑰	(1) ㉑	(9) ㉒						
9	12 ㉑	12 ㉒	(1) ㉓	(8) ㉔	(1) ㉕	(1) ㉖	(1) ㉗	(1) ㉘	(1) ㉙	(1) ㉚	(1) ㉛			
10	8 ⑥	8 ⑪	1 ⑫	4 ⑬	8 ⑭	8 ⑮	(1) ⑯	(1) ⑰	(8) ⑱	(4) ㉑	(9) ㉒			
11	1 ③	1 ④	1 ⑤	1 ⑥	1 ⑦	1 ⑧	12 ⑨	(8) ⑩	(1) ⑪	(8) ㉑	(1) ㉒	(4) ㉓	(1) ㉔	(1) ㉕
12	8 ①	15 ②	2 ③	1 ④	1 ⑤	1 ⑥	(4) ⑦							

(b) 最適コンベヤ・イン順序

各レーン上段の数字：車種名 但し()中は現在よりあとに入った車種

下段の数字：コンベヤ・イン順序

のから15台選択してコンベヤ投入順序計算(スケジューリング)を行ない、つぎに15台がストレージから出された時点で同様の計算を行なうという過程をとった。

表5.4は、実績での各作業域の $x(l_i)$ であり、表5.5は最適スケジュールの $x(l_i)$ を示したものである。図5.5は、作業員2-C(図5.4参照)の作業員軌跡の比較である。最適スケジュールの優位性は示されているが、作業編成の充実度が低いため、それほど顕著ではない。この方式の有用性は作業編成の高充実度化により実証される。

5.2.3 スケジュール制御による作業編成の高充実度化

現状の作業編成に対して、実績スケジュールではかなり作業が厳しいものとなっている作業員もいるが、最適スケジュールでは十分余裕のある仕事となっている。 ST がタクト以上である車種の作業を行なわねばならない作業員 j でも、最大 $\max_i (ST_{ji} - T) \frac{W}{T}$ しか流されていない。すなわち、次式で表わされる。

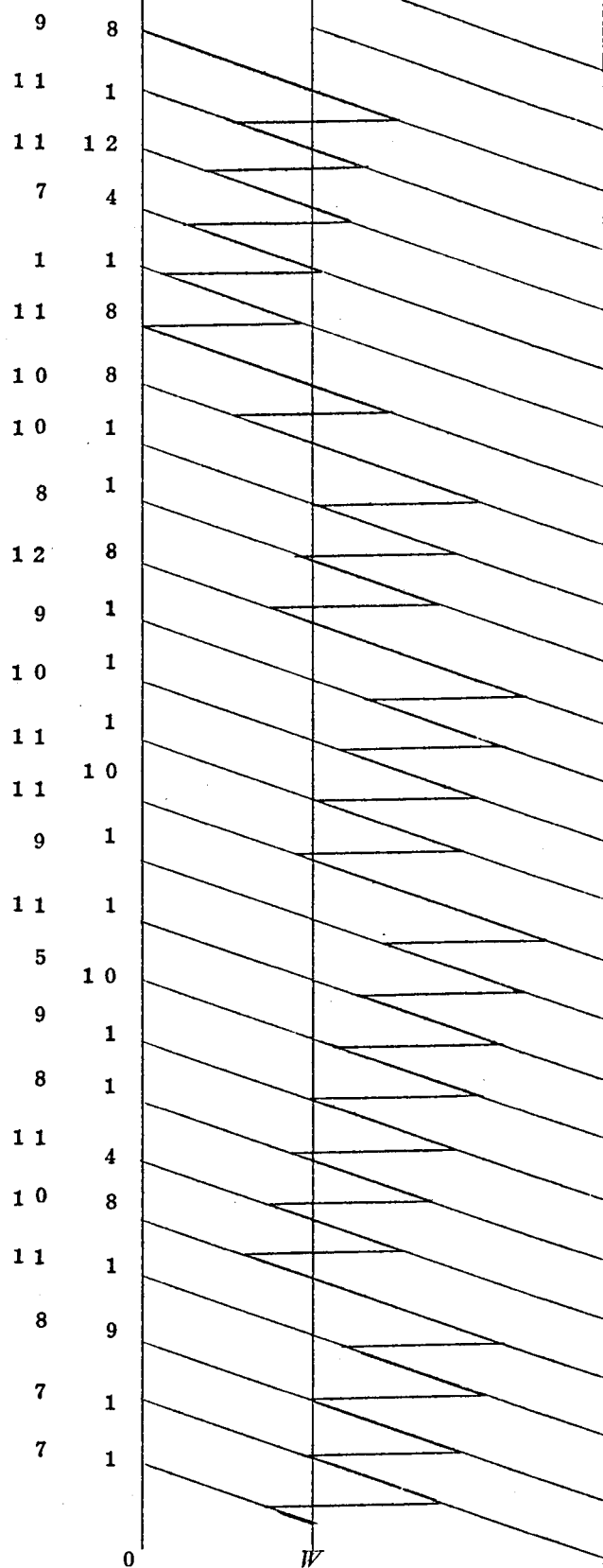
$$x_j(l_i) \leq \max_i \Delta j i \quad ; \quad j = 1, 2, \dots, 15 \quad (5.3)$$

これは、 $\max_i \Delta j i$ なる車種の車を一台だけ処理した場合でも生じる作業員の流される量である。このように、最適スケジュールで十分余裕があるのは、人間により適当にコンベヤ投入順序を定めても作業が不可能とならないように、充実度の極めて低い(67%)作業編成を行なっているからである。

つぎに、第4章で提案した最適制御方式によれば、どの程度まで作業編成の高充実度化がはかられるかを示す。図5.6は、図5.4をもとに、各作業員ごとに各車種に同一の ST の上積みを行なったものである。その際、各車種の生産台数の比率(表5.6)を考慮して特定の作業員のみ充実度が高くなったり、また最大の ST (すなわち、 $\max_i \Delta j i$)があまり大きくならないようにしている。図5.11の作業編成の充実度は92%であって、この高充実度作業編成であっても提案したスケジュール制御方式を用いれば、式(5.3)を満す範囲に作業軌跡を抑えることができる。

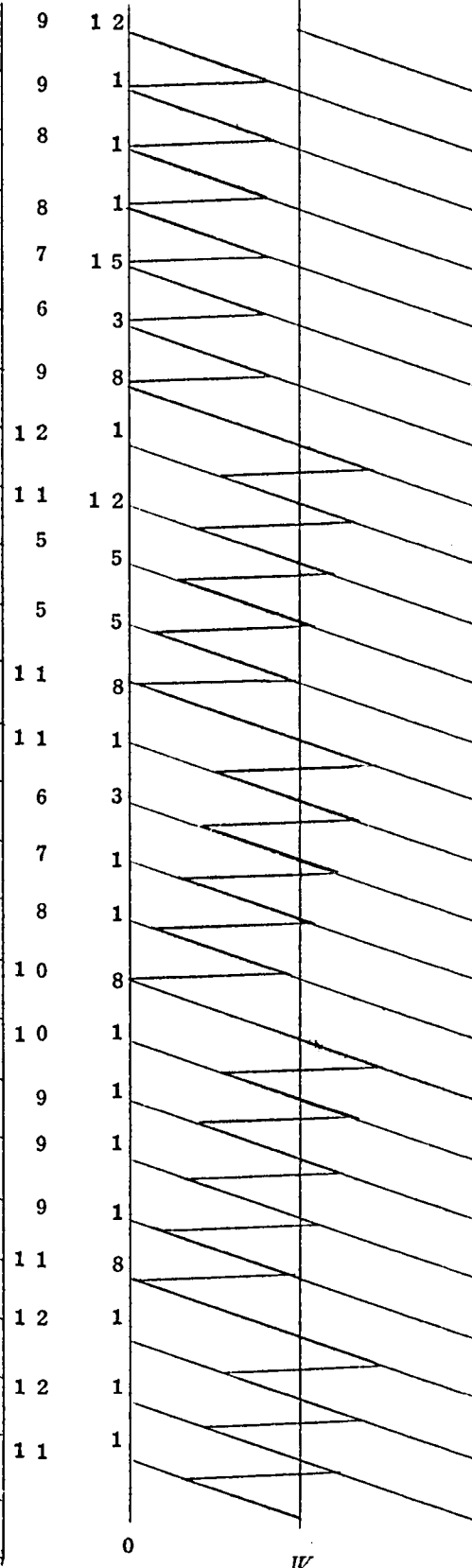
これを示すために、表5.6で示した生産台数比率をもとに乱数的にストレージの初期状態、ストレージ投入のデータを作成し、20例のスケジュール計算を行なった。その一例を表5.7に示す。表5.7では $x(l_i)$ を2段で示してあるが、上段は $\Delta j i = (ST_{ji} - T) / \max_i ST_{ji}$ として最適スケジュール計算を行なったものであり、下段はその結果を $\max_i ST_{ji}$ で正規化せずに表現したものである。したがって、上段の値が1以下であることは、式(5.3)を満たしていることを示す。

レーン名 車種名



(a) 実績コンベヤ・イン順序

レーン名 車種名



(b) 最適コンベヤ・イン順序

図 5.5 作業員軌跡の比較

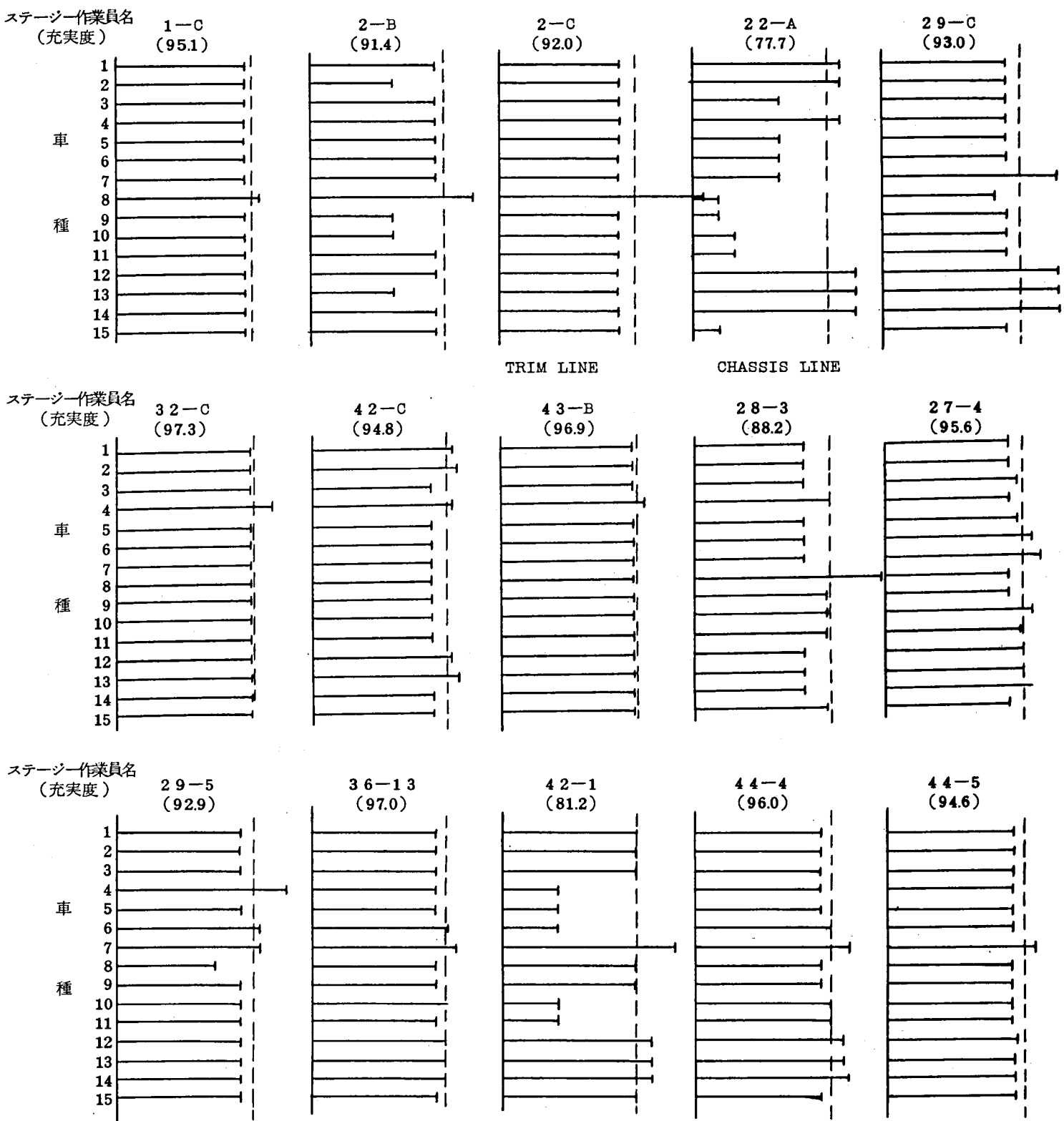


図 5.6 作業編成の高充実度化 (充実度 92%)

表 5.4 実績コンペイン順序に対する $X(1,)$

		ステーション作業員															
LANE	SHASHU	1-C	2-B	1-C	22-A	24-C	32-C	42-C	43-B	28-3	27-4	29-5	36-13	42-1	44-F	47-5	
10	8	0.10	0.04	0.80	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.29	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
11	1	0.00	0.00	0.66	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
8	1	0.00	0.00	0.44	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
9	12	0.00	0.00	0.22	0.09	0.15	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
11	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
10	8	0.10	0.04	0.88	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.29	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
7	15	0.00	0.00	0.66	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
8	15	0.00	0.00	0.44	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
5	10	0.00	0.00	0.22	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
11	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
7	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
8	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
10	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
11	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
10	4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.14	0.00	0.09	0.00	0.00	0.09	0.00	0.00	0.00	0.00	
8	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
7	15	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
9	12	0.00	0.00	0.00	0.09	0.15	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
10	15	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
7	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
8	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
11	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
9	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
5	10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
9	0	0.10	0.04	0.88	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.29	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
11	1	0.00	0.00	0.66	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
11	12	0.00	0.00	0.44	0.09	0.15	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
7	4	0.00	0.00	0.22	0.00	0.00	0.14	0.00	0.09	0.00	0.00	0.09	0.00	0.00	0.00	0.00	
0	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
3	8	0.10	0.04	0.88	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.29	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
1	8	0.20	0.08	1.76	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.58	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
11	1	0.10	0.00	1.54	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
8	1	0.00	0.00	1.32	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
12	8	0.10	0.04	2.20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.29	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
9	1	0.00	0.00	1.98	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
10	1	0.00	0.00	1.76	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
11	1	0.00	0.00	1.54	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
11	8	0.10	0.04	2.42	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.29	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
9	1	0.00	0.00	2.20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
11	1	0.00	0.00	1.98	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
5	10	0.00	0.00	1.76	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
9	1	0.00	0.00	1.54	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
8	1	0.00	0.00	1.32	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
11	4	0.00	0.00	1.10	0.00	0.00	0.14	0.00	0.09	0.00	0.00	0.09	0.00	0.00	0.00	0.00	
10	8	0.10	0.04	1.98	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03	0.29	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
11	1	0.00	0.00	1.76	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
8	9	0.00	0.00	1.54	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
7	1	0.00	0.00	1.32	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
7	1	0.00	0.00	1.10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
9	1	0.00	0.00	0.88	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	

表 5.5 最適コンベヤ・イン順序に対する $X(1_i)$

ステーション作業員

LANE	SHASHU	1-C	2-B	2-C	2-A	29-C	32-C	42-C	43-B	28-3	27-4	29-5	36-B	42-1	44-4	44-5
12	2	0.10	0.04	0.88	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.29	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
12	15	0.00	0.00	0.66	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
11	1	0.00	0.00	0.44	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
11	1	0.00	0.00	0.22	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
11	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
10	8	0.10	0.04	0.88	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.29	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
5	10	0.00	0.00	0.66	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
5	10	0.00	0.00	0.44	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
6	3	0.00	0.00	0.22	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
6	3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
10	8	0.10	0.04	0.88	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.29	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
8	1	0.00	0.00	0.66	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
6	15	0.00	0.00	0.44	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
7	15	0.00	0.00	0.22	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
7	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
12	2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
11	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
11	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
11	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
10	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
10	4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.14	0.00	0.09	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
10	15	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
9	12	0.00	0.00	0.00	0.09	0.15	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
5	10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
9	12	0.00	0.00	0.00	0.09	0.15	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
9	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
8	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
7	15	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
6	3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
9	8	0.10	0.04	0.88	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.29	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
12	1	0.00	0.00	0.66	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
11	12	0.00	0.00	0.44	0.09	0.15	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
5	5	0.00	0.00	0.22	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
5	5	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
11	8	0.10	0.04	0.88	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.29	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
11	1	0.00	0.00	0.66	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
6	3	0.00	0.00	0.44	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
7	1	0.00	0.00	0.22	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
8	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
10	8	0.10	0.04	0.88	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.29	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
10	1	0.00	0.00	0.66	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
9	1	0.00	0.00	0.44	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
9	1	0.00	0.00	0.22	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
9	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
11	8	0.10	0.04	0.88	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.29	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
12	1	0.00	0.00	0.66	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
12	1	0.00	0.00	0.44	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
11	1	0.00	0.00	0.22	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
11	4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.14	0.00	0.09	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
10	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
10	8	0.10	0.04	0.88	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.29	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
9	1	0.00	0.00	0.66	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
9	1	0.00	0.00	0.44	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
8	1	0.00	0.00	0.22	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
7	4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.14	0.00	0.09	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
7	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
6	3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
5	10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
12	4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.14	0.00	0.09	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
15	15	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
11	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
11	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
10	4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.14	0.00	0.09	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
10	9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
9	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
9	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
6	9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
7	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
7	15	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
7	8	0.10	0.04	0.88	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.29	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
6	3	0.00	0.00	0.66	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
5	15	0.00	0.00	0.44	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

図5.4の15人の作業員の充実度は76%であり、図5.6の充実度は92%であるから、これらの作業員の充実度が16%向上できたことになる。充実度をA%向上できるということは各作業員の作業能率をA%向上することになるため、同一人数でA%生産量を増加できることになる。

実績の例のように、ある程度作業員の流されることが許されるならば、さらに高充実度の作業編成も可能である。多種生産による作業編成の諸規制のため、90%以上の作業編成は困難であるとしても、充実度を1～2割程度上げうる目度が見られたと結論できる。

表 5.6 車種別生産比率

車 種 名	比 率 %
1	39
2	6
3	1
4	20
5	3
8	9
9	4
10	7
12	1
13	10

5.3 第5章のまとめ

第5章であきらかにした事項は次の通りである。

- (1) 切替生産で、生産機種が増大し機種切替頻度が増加すると、切替ごとに作業編成の高充実度をはかることは切替損失の増大となり作業効率がかえって低下する。
- (2) 現状の混合生産の作業編成の充実度は67%と極めて低い。高充実度化をはかると、投入順序が不適当な場合、作業員の負荷ピークが大となり作業続行が不可能となるからである。
- (3) 第4章で提案した最適スケジューリング手法を適用すれば、作業編成の充実度を90%程度にできることを、自動車組立ラインの実データをもとにシミュレーションにより実証した。
- (4) これは、多種生産の場合でも、混合生産によれば、小機種の場合の切替生産の高充実度の実現できることを示すものである。

表 5.7 高充実度作業編成 (図 5.7) に対する最適コンベヤ・イン順序と作業軌跡 X (1)

レ-ン名	P B S 内各車種配列状況, () 内は タクト				在 P B S 時間			
	1	1	7	1	1	1	7	1
5	(30)	(23)	(15)	(8)				
6	7	5	15	1				
	(29)	(22)	(14)	(7)				
7	1	5	6	1				
	(28)	(21)	(13)	(6)				
8	8	1	6	1				
	(27)	(20)	(12)	(5)				
9	10	7	1	5				
	(26)	(19)	(11)	(4)				
10	6	8	10	15				
	(25)	(18)	(10)	(3)				
11	15	4	1	5				
	(32)	(17)	(9)	(2)				
12	1	4	1	5				
	(31)	(24)	(16)	(1)				

レ-ン名車種 在 P B S 時間
タクト

6	7	29	0.00	0.44	0.50	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.20	1.00	1.00	1.00	1.00
			0.00	0.17	0.44	0.00	0.55	0.00	0.00	0.00	0.00	0.25	0.09	0.16	0.47	0.29	0.19
11	15	33	0.00	0.15	0.25	0.00	0.73	0.00	0.00	0.00	0.00	0.32	0.00	0.44	0.98	0.62	0.42
			0.00	0.06	0.22	0.00	0.40	0.00	0.00	0.00	0.00	0.08	0.00	0.07	0.46	0.13	0.08
5	1	32	0.00	0.00	0.00	0.49	0.45	0.00	0.29	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.96	0.24	0.00
			0.00	0.00	0.00	0.19	0.25	0.00	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.45	0.07	0.00
9	10	29	0.00	0.00	0.00	0.00	0.18	0.00	0.00	0.00	0.00	0.52	0.00	0.31	0.00	0.21	0.00
			0.00	0.00	0.00	0.00	0.10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.13	0.00	0.06	0.00	0.06	0.00
8	8	31	0.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
			0.00	0.39	0.88	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.69	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
6	1	28	0.00	0.72	0.75	0.49	0.00	0.00	0.29	0.00	0.48	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
			0.00	0.28	0.66	0.19	0.00	0.00	0.04	0.00	0.33	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
9	7	26	0.00	0.44	0.50	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.20	1.00	1.00	1.00	1.00
			0.00	0.17	0.44	0.00	0.55	0.00	0.00	0.00	0.00	0.25	0.09	0.16	0.47	0.29	0.19
7	1	35	0.00	0.15	0.25	0.49	0.73	0.00	0.29	0.00	0.00	0.32	0.00	0.44	0.98	0.62	0.42
			0.00	0.06	0.22	0.19	0.40	0.00	0.04	0.00	0.00	0.08	0.00	0.07	0.46	0.13	0.08
12	1	39	0.00	0.00	0.00	0.97	0.45	0.00	0.57	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.96	0.24	0.00
			0.00	0.00	0.00	0.38	0.25	0.00	0.08	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.45	0.07	0.00
10	6	34	0.00	0.00	0.00	0.00	0.18	0.00	0.00	0.00	0.00	0.52	0.00	0.31	0.00	0.21	0.00
			0.00	0.00	0.00	0.00	0.10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.13	0.09	0.05	0.00	0.06	0.00
10	8	28	0.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
			0.00	0.39	0.88	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.69	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
12	4	35	0.00	0.72	0.75	0.49	0.00	1.00	0.29	1.00	0.97	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00
			0.00	0.28	0.66	0.19	0.00	0.24	0.04	0.09	0.67	0.00	0.44	0.00	0.00	0.00	0.00
6	5	34	0.00	0.44	0.50	0.00	0.00	0.75	0.00	0.33	0.45	0.00	0.64	0.00	0.00	0.00	0.00
			0.00	0.17	0.44	0.00	0.00	0.18	0.00	0.03	0.31	0.00	0.28	0.00	0.00	0.00	0.00
8	1	33	0.00	0.15	0.25	0.49	0.00	0.50	0.29	0.00	0.00	0.00	0.27	0.00	0.00	0.00	0.00
			0.00	0.06	0.22	0.19	0.00	0.12	0.04	0.00	0.00	0.00	0.12	0.00	0.00	0.00	0.00
7	5	35	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.25	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
			0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

ステ-ツ作業員名 1-O 2-B 2-O 22-A 29-C 32-O 42-O 43-B 28-3 27-4 29-5 36-13 42-1 44-4 44-5

第 6 章 交通システムにおけるスケジュール制御

—— 都市鉄道における運転整理 ——

第 6 章 交通システムにおけるスケジュール制御

—— 都市鉄道における運転整理 ——

各駅での乗客発生の変動と停車時分との関係……“乗客変動のダイナミックス”と安全性と列車の物理的性能による列車の相互関係……“列車運行のダイナミックス”との相互関係による列車群の運転整理方式を提案する。

6.1 輸送システム

輸送システムを構成するハードウェア面での基本要素は、ポート (Port) , ヴィークル (Vehicle) , パス (Path) であるといえる。ポートというのは、駅、鉄道のヤード、空港などの交通流の変換点であり、ヴィークルは列車、自動車、飛行機といったものであり、パスはヴィークルの通る道である道路、軌道、空路などである。オートロード、エスカレータは、パスとヴィークルとが一体化しているが、主要な輸送手段はこの三要素に分離することができる。ここでは輸送システムの社会環境の中での役割、それによる輸送システムの運行方式を討論するのが目的であるので、これ以上の細かな分類は不要である。

輸送区間、輸送サービスの要求度、コストなど、輸送目的のそれぞれ異なっている人貨を効率よく輸送するためには、コスト低減のための画一的輸送 (大量または長距離) と、個別的な要求を満たす輸送との間の種々の輸送形態が必要である。したがって、異なる形態の輸送システムを利用して個別的な輸送目的を達成するには、ポートとして述べた輸送流の変換機構の機能向上が重要な研究対象¹⁾である。

目的から輸送形態は、集配的輸送、都市内大量輸送、遠距離輸送に分類できる。集配的輸送の特徴は、各人貨の輸送要求に応じて、ヴィークルの運転区間、運転時刻が定まるところである。人の輸送では、ハイヤ、タクシーがこれにあたり、貨物では駅の赤帽がこれにあたる。しかし、貨物ではこれほど個別的ではない郵便、貨物の配達システムがあるが、これに対応する人の輸送システムは存在しない。ハイヤー、タクシー、自家用車などのあまりにも個人的な輸送システムでのバスの利用効率の低下を防ぎ、各個人の多様な要求をも満足させるために、乗合的なヴィークルを乗客の要求に応じて運行させるのが、ダイヤ

ルバスやCVS(Computer Controlled Vehicles System)²⁾であるといえる。

都市内大量輸送とは、地下鉄、環状線、都心部のバスなどである。この特徴は、大量輸送でかつ近距離輸送であるため、ヴィークル(列車)の運行密度が高く、駅間距離が短い。各個人の乗車距離が短いために、各駅での乗降客が多く、走行時分と各駅での停車(乗降)時分との差は少ない。このような特徴を持つために、乗客の変動とヴィークルの遅延との間に強い関係が生じ、列車ダイヤを正確にまもることが困難になる。逆に、ダイヤの密度が高いことと、各個人の乗車距離(時分)の短いこととは、ダイヤをまもることを、最大の目的とすることに疑問を投げている。

遠距離輸送の特徴は、各人貨の輸送距離が長く、都市内鉄道に比べて輸送密度が低いこと、ヴィークルの運行密度が低いことにある。そのため、不特定の要求を満たすためには、経済目的に合致した運行ダイヤの作成と、そのダイヤ通りの正確な運行とが主要目的である。

このように、三つの輸送形態によって、ヴィークルの運行条件が異なっている。バスに対するヴィークルの運行状態を示すのがダイヤ(すなわち、スケジュール)である。したがって、遠距離輸送を固定ダイヤ(Fixed Dia)とすれば、都市内大量輸送で乗客数の変動に応じてある程度ダイヤを動かす運行方式をフローティング(Floating Dia)、集配的輸送のように乗客の発生に応じてヴィークルを運行させる方式をフリーダイヤ(Free Dia)と呼ぶことができよう。

つぎに、フローティングダイヤの考えに立つ都市鉄道の運転整理方式³⁾⁴⁾を提案する。

6.2 高密度平行ダイヤ

都市内鉄道のおかれている環境と鉄道の運転システムとの特徴を列举する。

(1) 環境の特徴

- (i) 駅間距離が短い。
- (ii) 駅の個数が少ない。
- (iii) 各駅での乗降客数が多い。
- (iv) 乗降客数は時間帯により変動する。
- v) (iv)の変化のパターンは駅により異なる。

(2) 運転システム（ダイヤ）の特徴

- (i) 駅間での走行時分と駅での停車時分とが同程度である。
- (ii) 列車密度が高い。
- (iii) 同一種列車運転
- (iv) 複 線

(1)(i)より駅間の走行時分が短かく、(iii)により各駅での停車時分が長いため、(2)(i)の特徴を持つ運転方式がとられる。(1)(ii)により、列車密度も高くなる（(2)(ii)、(iv)）。(1)(iii)のために、優等列車（急行、特急）を走らす必要がなく、(2)(iii)の特徴を持つダイヤとなる。同一種列車運転では列車の追い越しがないため、各列車（上り、または下りについて）の運行図の線分は交わらない。したがって、この場合のダイヤを平行ダイヤと呼んでいる。図 6.1 は平行ダイヤの一例である。(1)(iv)と(2)(iv)との特徴は、停車時分が駅と時間帯により変わることを意味している。図 1 のダイヤの勾配が時間帯により異なっているのは、これを意味している。

以上の議論より、都市内鉄道の運転システムの特徴は“高密度平行ダイヤ”ということができよう。高密度平行ダイヤでは、運行時分の中で停車時分の占める割合が大きく、停車時分の変動が列車ダイヤの混乱を助長する役割を果たしている。停車時分は乗車時分と降車時分によって左右されるため、駅の乗客数と各列車の乗客数の時間的変動と列車の運行との関係、すなわち、“乗客のダイナミックス”と“列車運行のダイナミックス”との関係の分析を行なう必要がある。

6.3 列車運行と乗客との関係

6.3.1 列車遅延の悪循環と運転整理

高密度平行ダイヤでは、ある列車が何んらかの原因で遅れると、その原因が除かれても、列車の遅延が雪だるま的に増加する。この現象のメカニズムを図 6.2 に示す。ある列車の遅延は先行列車との運転間隔を増加させる。この遅延列車の到着する次駅では、先行列車の発車してから時間が長いため、乗客数が増加しており、この列車への乗客集中により乗車時分が増大する。これは発車時分を遅らせ先行列車との運転時隔をさらに増加させる。それとともに、この遅延列車の混雑度が増加するため、次駅以降での降車時分が増加し、

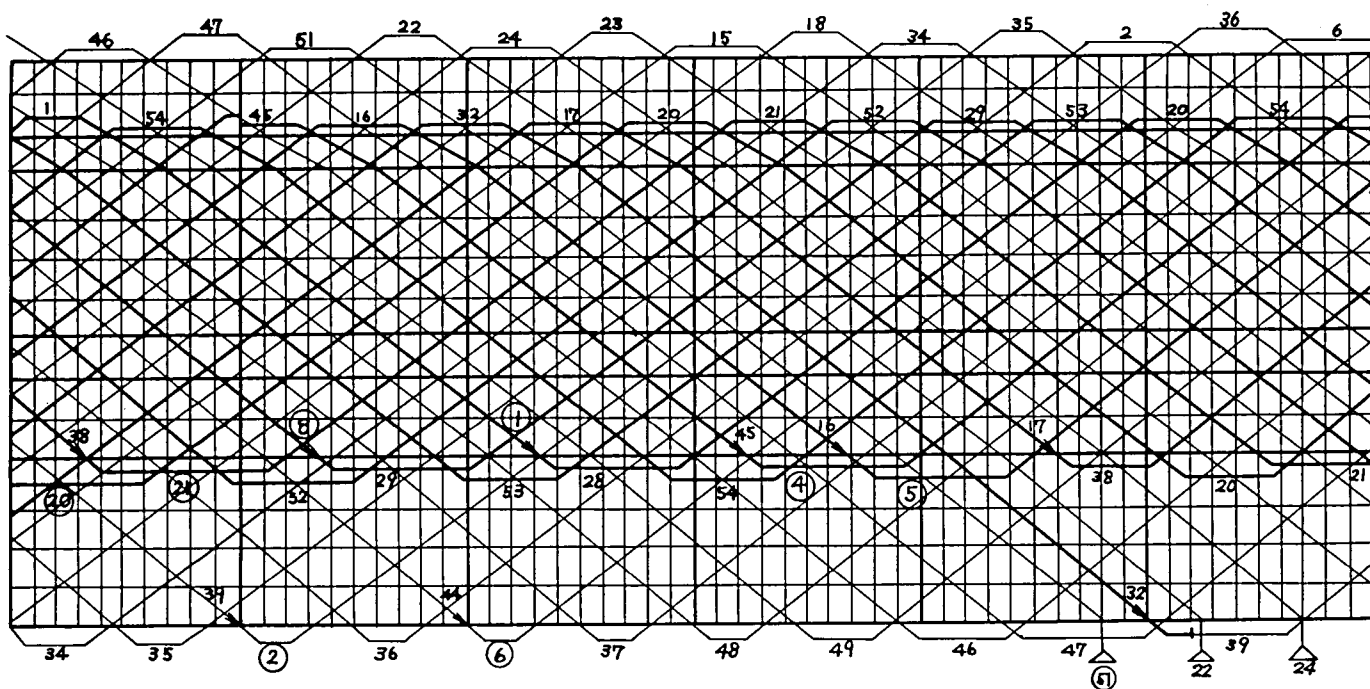


図 6.1 平行ダイヤの一例

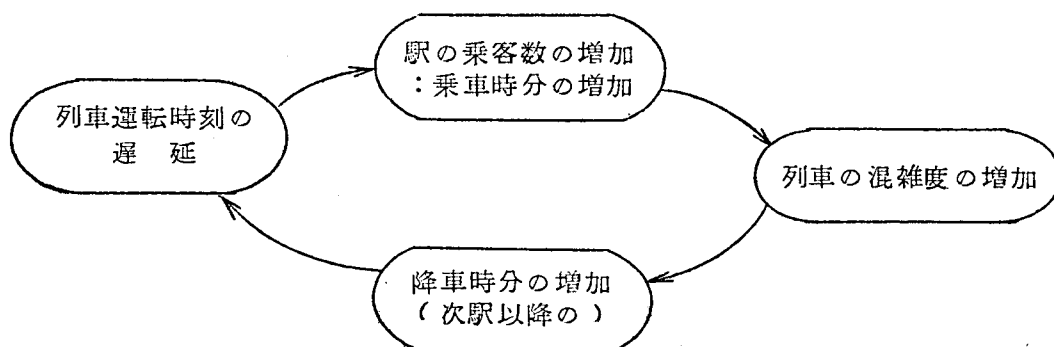


図 6.2 列車遅延の悪循環

やはり先行列車との運転時隔が増加する。このように、遅延列車の発生は、乗客のその列車への集中化を介在して、さらにその遅延を増大させる。

遅延列車はますます混雑し遅れるのに対して、後続列車ががら空きとなる現象は、運転整理のほとんど行なえない市街電車の場合には常にみられる現象である。この乗客との関係でおこるダイヤの乱れに対する運転整理は、消極的には乗客の了解をえて積み残しを行ない停車時分を短縮することであり、積極的に先行列車を遅らせて、特定の遅延列車の

みに乗客が集中し遅れが累積するのを防ぐことである。遅らすべき先行列車は遅延列車の一台前だけではなく、一般にその先き数台にわたるものとすべきである。

先行列車を遅らすことにより、列車の遅れの累積を防ぐことはできる。しかし、走行時分と停車時分とが同程度であり、走行時分の短縮があまり期待できないため、計画ダイヤに回復させるには、ラッシュ時でない時間帯の停車時分の余裕を利用することになる。高密度平行ダイヤでは、列車が一定時間遅れていても、その列車を含めた後続列車が各駅での時刻表通りに到着、発車し、乗客がうまく捌かれるのであれば、乗客にとってはダイヤが回復されたことになる。乗客が既定の時間で輸送され、時刻表通りの時刻に列車がくれば良いのであって、その列車が本来その時刻にくるものであったか否かは問題ではない。要するに、列車の区別は不要なのである。

高密度平行ダイヤでは、各駅での停車時分のうち乗車時分は駅の乗客数に、降車時分は列車の混雑度にほぼ比例する。したがって、ダイヤの混乱に対し、その調整をはかるためには、各駅、各列車の乗客数の変動と列車遅延との関係、列車のスピードや安全運転上の規制といった、乗客数の変化によるダイナミックスと列車運転の物理的なダイナミックスとの相互関係で運転整理を考える必要がある。

つぎに、これらの関係式を導くための記号を導入しよう。そして、列車遅延の累積現象の差分方程式による解析と、局所的な列車運行の乱れに対する最適運転整理手法とを提案する。

6.3.2 記号の定義

S_i : $i=1, 2, \dots$: 駅名。一方向（上りまたは下り）の列車の到着駅順序に駅名に番号をつけている。

$E_k^{(i)}$: $k=1, 2, \dots$: S_i 駅で、現在時刻以降に発車する k 番目の列車。

d : 駅進入最小運転時間 (sec)

r_i : $S_{i-1} \sim S_i$ 駅間に入りうる最大列車本数

e_i : $S_i \sim S_{i+1}$ 駅間の最短運転時間 (sec)

$\lambda^{(i)}(t)$: S_i 駅のプラットフォームでの乗客増加率 (人数/sec)

$\rho_k^{(i)}$: $E_k^{(i)}$ 列車の S_i 駅発車時の混雑度 ($0 \leq \rho_k^{(i)} \leq 1$)

$\alpha_k^{(i)}$: $E_k^{(i)}$ 列車の S_i 駅降車率

\hat{n} : 降車速度 (人/sec)

μ : 乗車速度 (人/sec)

$T_k^{(i)}$: $E_k^{(i)}$ 列車の S_i 駅到着時刻 (計画ダイヤ)

$t_k^{(i)}$: $E_k^{(i)}$ 列車の S_i 駅到着時刻 (修正ダイヤ)

$U_k^{(i)}$: $E_k^{(i)}$ 列車の S_i 駅発車時刻 (計画ダイヤ)

$u_k^{(i)}$: $E_k^{(i)}$ 列車の S_i 駅発車時刻 (修正ダイヤ)

$1 - \beta^{(i)}$: S_i 駅での積み残し許容率 ($0 < \beta^{(i)} \leq 1$)

M_k : $E_k^{(i)}$ 列車の定員

つぎに、これらの記号の意味を説明する。各駅で先行列車が発車してから次列車がその駅に到着できる最小の時間が d である。また、 γ_i は $S_{i-1} \sim S_i$ 駅間の閉塞区間数から定まる定数である。 $\lambda^{(i)}(t)$ は S_i 駅での乗車人数の増加率であって、上り下り別に考える。時間帯により乗客数が変わるため、時間 t の関数として表現しているが、その変化の時定数は列車の運転時隔に比べて大きい。 $\alpha_k^{(i)}$ は S_i 駅で $E_k^{(i)}$ 列車の乗客のうち何割が下車するかを示す値である。これを人数としてとらえないのは、人数は列車の遅延で大きく変化するのに対し、各駅での向先別乗客数の変化は列車の遅延時間程度では小さいと考えられるからである。 δ は乗客が列車から降車する速度 (人数/sec)、 μ は乗客が列車へ乗車する速度 (人数/sec) である。正確には、これらは、列車の混雑度と乗降客数との関数であるが、以下の議論としては定数として取り扱っている。しかし、運転整理の計算の中では、この値を数段階に分けて、適用する列車によって、その値を使いわけることができる。 β_i は停車時分を短縮するために行なう積み残しの許容限界を与えるものであり、各駅のホームの面積などに関係する値である。

6.3.3 停車時分と列車の混雑度

駅での列車の停車時分は、次の三つの要素

- (i) 降車時分
- (ii) 乗車時分
- (iii) 調整時分

から成り立っている。降車時分は列車から下車する乗客数により定まるが、乗車時分はプラットフォームの乗客数のみでは定まらない。積み残しが許されるとすれば、乗車時分は“最大乗車時分”より零の間でいかようにも縮めることができるものである。最大乗車時分とは、プラットフォームの乗客数が零となる最短の時間である。この時間以後、その列車が停車しており、列車が満員でなければ、プラットフォームに到着した乗客はただちに乗車できるため、プラットフォームの乗客数は零のまゝである。調整時分は“降車時分 +

最大乗車時分”以上停車した場合の，“停車時分－（降車時分＋最大乗車時分）”である。

高密度平行ダイヤでの運転整理の主要操作変数は調整時分と乗車時分とである。

次に，降車時分と最大乗車時分とを乗客とダイヤとの関係で求めることにする。

(1) 降車時分

S_i 駅到着時点での E_k 列車の混雑度は $\rho_k^{(i-1)}$ ，降車率は $a_k^{(i)}$ ，列車の定員は M_k であるから， S_i 駅では， $a_k^{(i)} \rho_k^{(i-1)} M_k$ 人が E_k 列車から下車する。したがって， S_i 駅での E_k 列車の降車時分 $G_k^{(i)}$ は次式で与えられる。

$$G_k^{(i)} = a_k^{(i)} \rho_k^{(i-1)} M_k / \bar{d} \quad (6.1)$$

(2) 乗車時分と調整時分

プラットフォームの乗客数（下車した，または下車する乗客数は除外する）の時間的変動を示したのが，図 6.3 である。縦軸にプラットフォームの乗客数を示している。最大乗車時分 $X_k^{(i)}$ を求めることにする。 $\lambda_k^{(i)}(t)$ は時刻の関数であるが，数列車が到着する範囲では，ほぼ一定とみなすことができるため（図 6.3 の $U_{k-1}^{(i)}$ から $U_k^{(i)}$ の範囲では）， $\lambda_k^{(i)}$ なる定数としてよい。

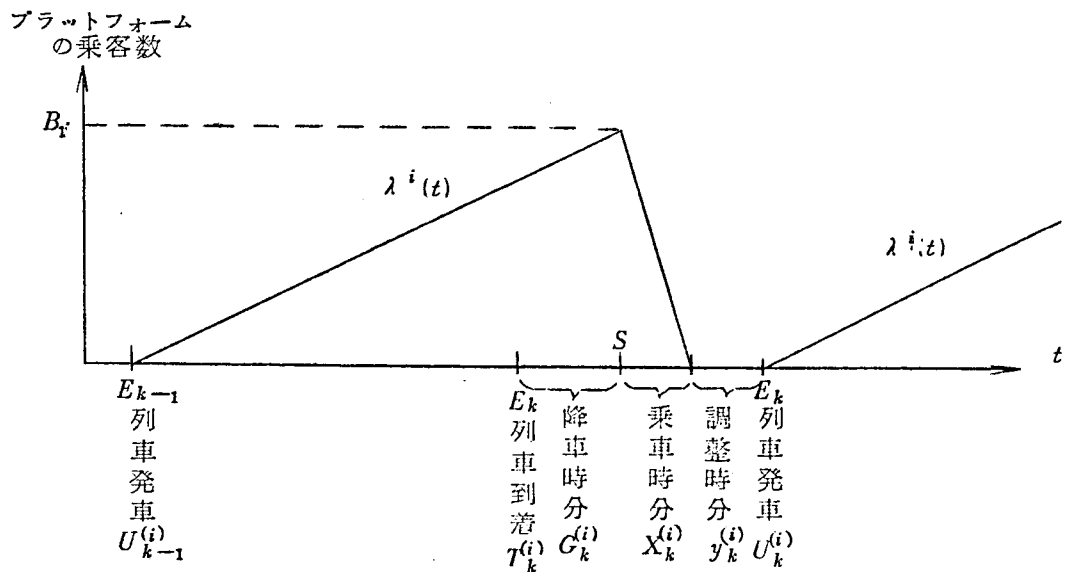


図 6.3 S_i 駅プラットフォーム乗客数の時間的変動（降車の人員は無視）

図 6.4 は最大乗車時分を計算するための説明図である。乗車開始時刻 S （図 6.4 参照）でのプラットフォームの乗客数を B_1 とする。この B_1 の乗客が全て乗車する時間は $\frac{1}{\mu} B_1$ （ $=A_1$ ）である。 $\frac{B_1}{\mu}$ 時間にプラットフォームの乗客数は $\frac{\lambda_k^{(i)}}{\mu} B_1$ （ $=B_2$ ）と増加している。この乗客がすべて乗車する時間は $\frac{1}{\mu} \left(\frac{\lambda_k^{(i)}}{\mu} \right) B_1$ （ $=A_2 - A_1$ ）であり，一般に， $A_n - A_{n-1} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\lambda_k^{(i)}}{\mu} \right)^{n-1} B_1$ となる。したがって，

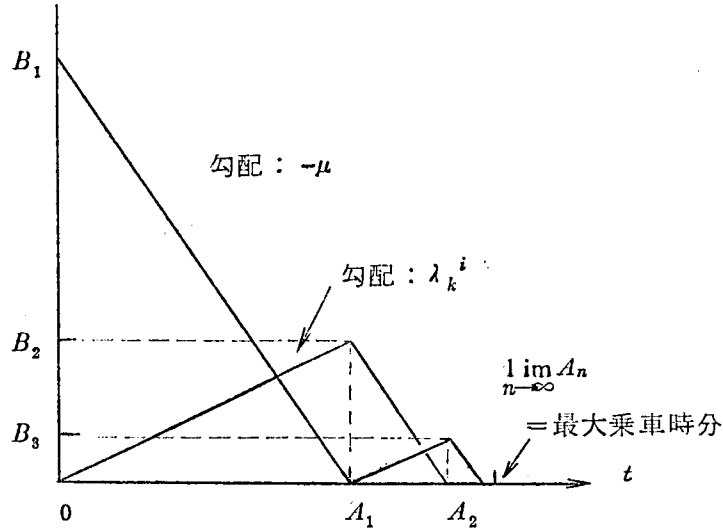


図 6.4 最大乗車時分の計算

$$\begin{aligned}
 A_n &= A_1 + (A_2 - A_1) + (A_3 - A_2) + \dots + (A_n - A_{n-1}) \\
 &= \frac{1}{\mu} B_1 + \frac{1}{\mu} \left(\frac{\lambda_k^{(i)}}{\mu} \right) B_1 + \frac{1}{\mu} \left(\frac{\lambda_k^{(i)}}{\mu} \right)^2 B_1 + \dots + \frac{1}{\mu} \left(\frac{\lambda_k^{(i)}}{\mu} \right)^{n-1} B_1
 \end{aligned}$$

最大乗車時分 $X_k^{(i)} = \lim_{n \rightarrow \infty} A_n$ であるから、 $\lambda_k^{(i)} < \mu$ であれば

$$X_k^{(i)} = \frac{B_1}{\mu - \lambda_k^{(i)}} \quad (6.2)$$

となる。 $\lambda_k^{(i)} < \mu$ なる条件が成立しなければ、停車時分をいくら伸ばしても乗客を捌くことができない。したがって、 $\lambda_k^{(i)} < \mu$ は輸送可能の必要条件である。図 6.4 の B_1 は、図 6.3 より

$$B_1 = \lambda_k^{(i)} (T_k^{(i)} + G_k^{(i)} - U_{k-1}^{(i)}) \quad (6.3)$$

である。

停車時分が $G_k^{(i)} + X_k^{(i)}$ をこえると、すなわち調整時分では単位時間あたりの乗車人数は、 μ から $\lambda_k^{(i)}$ におちる。この点が、乗車時分と調整時分とを区別する理由でもある。

6.3.4 各列車の到着・出発時刻と混雑度

6.3.3 では、プラットフォームに積み残しがなく、しかもダイヤ通りに運転される場合の停車時分について述べた。ここでは、列車の相互関係を考慮して、各列車の到着時刻、停車時分、出発時刻と混雑度との関係を求める。

一般に、乗車時分 $x_k^{(i)}$ は

$$\beta^{(i)} X_k^{(i)} \leq x_k^{(i)} \leq X_k^{(i)}, \quad 0 < \beta^{(i)} \leq 1 \quad (6.4)$$

である。 $x_k^{(i)} < X_k^{(i)}$ であれば、プラットフォームに積み残しがおこる。 $x_k^{(i)} < X_k^{(i)}$ であれば、当然調整時分 $y_k^{(i)}$ は零、すなわち $y_k^{(i)} = 0$ である。すなわち、高密度平行ダイヤの場合、 $x_k^{(i)}$ 、 $y_k^{(i)}$ が操作変数であるが、この2変数の物理的意味から、次の条件を満たさねばならない。

$$(i) \quad x_k^{(i)} = X_k^{(i)} \text{ であれば, } y_k^{(i)} \geq 0$$

$$(ii) \quad \beta^{(i)} X_k^{(i)} \leq x_k^{(i)} < X_k^{(i)} \text{ であれば, } y_k^{(i)} = 0$$

(6.5)

6.4節で述べる運転整理方式は、 S_{i-1} 駅での各列車の発車時刻、発車時点での混雑度は与えられたものとして、 S_i 駅での各列車の到着、発車時刻を定める ($i=1, 2, \dots$) という、各駅ごとの逐次修正方式である。したがって、 S_{i-1} 駅での各列車の発車時刻、発車時点の混雑度は与えられたものとして、 S_i 駅での各列車の到着発車時刻を制限する条件式を求めることにする。いま、 S_{i-1} 駅での最大遅延列車を E_{m_k} とし、 S_i 駅で現在時刻以降に到着する列車を E_k ; $k=1, 2, \dots, m_k, m_k+1, \dots, m$ とする (図 6.5 参照)。 E_m 列車は E_{m_k} 列車以降の最後の遅延列車 (S_{i-1} 駅発車時点での) である。 E_{m_k} が最大遅延列車であるから、 E_k ; $k=1, 2, \dots, m_k-1$ 列車は、 E_{m_k} 列車の遅延を少なくするため、停車時分を伸ばして乗客を吸収すべきであって、 $x_k^{(i)} = X_k^{(i)}$ 、 $y_k^{(i)} \geq 0$ である。一方、 E_k ; $k=m_k, m_k+1, \dots, m$ 列車は遅延をとり戻すために停車時分を切りつめるべきであって、 $\beta^{(i)} X_k^{(i)} \leq x_k^{(i)} \leq X_k^{(i)}$ 、 $y_k^{(i)} = 0$ である。

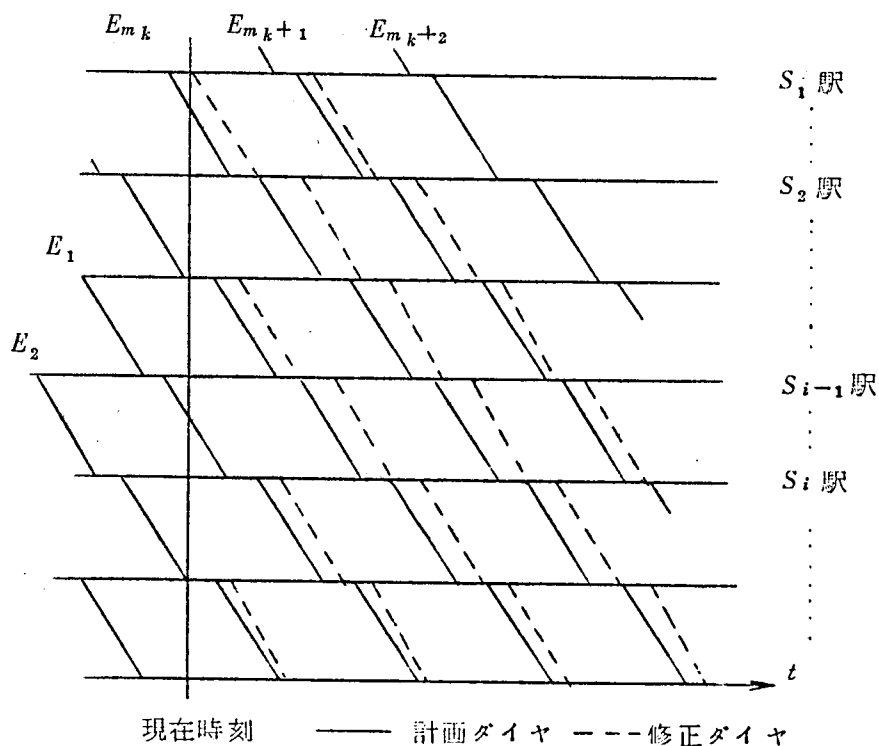


図 6.5 修正ダイヤ

これと、さきに求めた降車時分とは、停車時分に対する規制条件である。これらは、列車の混雑度および駅での乗客数の変動の関数であるから、乗客ダイナミックスの規制条件と呼ぶことにする。

乗客ダイナミックスの規制条件

$$\text{降車時分: } G_k^{(i)} = a_k^{(i)} \rho_k^{(i-1)} M_k / \delta \quad ; k=1, 2, \dots, m \quad (6.6)$$

$$\text{乗車時分: } x_k^{(i)} = X_k^{(i)}, \quad y_k^{(i)} \geq 0 \quad ; k=1, 2, \dots, m_k-1 \quad (6.7)$$

$$\beta^{(i)} X_k^{(i)} \leq x_k^{(i)} \leq X_k^{(i)}, \quad y_k^{(i)} = 0 \quad ; k=m_k, m_k+1, \dots, m \quad (6.8)$$

$$\text{ただし, } X_k^{(i)} = \frac{\lambda_k^{(i)} (t_k^{(i)} + G_k^{(i)} - u_{k-1}^{(i)})}{\mu - \lambda_k^{(i)}} \quad (6.9)$$

次に、 S_i 駅での各列車の到着、発車時刻に対する規制条件を求める。これは、 $S_{i-1} \sim S_i$ 駅間の走行時分、前後列車間の最小運転時隔（安全基準上）、計画ダイヤからくる条件であり、列車ダイナミックスの規制条件と呼ぶことにする。 E_k 列車の到着時刻 $t_k^{(i)}$ 、発車時刻 $u_k^{(i)}$ は次の関係を満たさねばならない。

$$t_k^{(i)} = \max [u_k^{(i-1)} + e_{i-1}, u_{k-1}^{(i)} + d] \quad ; k=1, 2, \dots, m \quad (6.10)$$

$$t_k^{(i)} - u_{k+r_i}^{(i-1)} \leq 0 \quad ; k=1, 2, \dots, m \quad (6.11)$$

$$u_k^{(i)} = \max [U_k^{(i)}, t_k^{(i)} + G_k^{(i)} + x_k^{(i)} + y_k^{(i)}] \quad ; k=1, 2, \dots, m \quad (6.12)$$

到着時刻は計画ダイヤの時刻より早くなるのは問題ではないが、発車時刻は早くなってはいけない。そのため、式(6.10)のカッコ内に、 $T_k^{(i)}$ を含めない。式(6.11)は、駅間の閉塞数から、 $S_{i-1} \sim S_i$ 駅間に r_i 本以上列車が入れないことを示す規制条件である（図6.6参照）。 E_k : $k=1, 2, \dots, m_k-1$ 列車は計画ダイヤよりおくらし、 E_k : $k=m_k, m_k+1, \dots, m$ 列車は当然遅れるから、 $u_k^{(i)} \geq U_k^{(i)}$ であり、式(6.12)より $U_k^{(i)}$ を除くことができる。

列車ダイナミックスの規制条件

$$\text{到着時刻: } t_k^{(i)} = \max [u_k^{(i-1)} + e_{i-1}, u_{k-1}^{(i)} + d] \quad ; k=1, 2, \dots, m \quad (6.13)$$

$$t_k^{(i)} - u_{k+r_i}^{(i-1)} \leq 0 \quad ; k=1, 2, \dots, m \quad (6.14)$$

$$\text{発車時刻: } u_k^{(i)} = \begin{cases} t_k^{(i)} + G_k^{(i)} + X_k^{(i)} + y_k^{(i)} & ; k=1, 2, \dots, m_k-1 \\ t_k^{(i)} + G_k^{(i)} + x_k^{(i)} & ; k=m_k, m_k+1, \dots, m \end{cases} \quad (6.15)$$

ただし、 $u_0^{(i)}$ は既知（すでに、 S_i 駅を発車した列車の発車時刻）

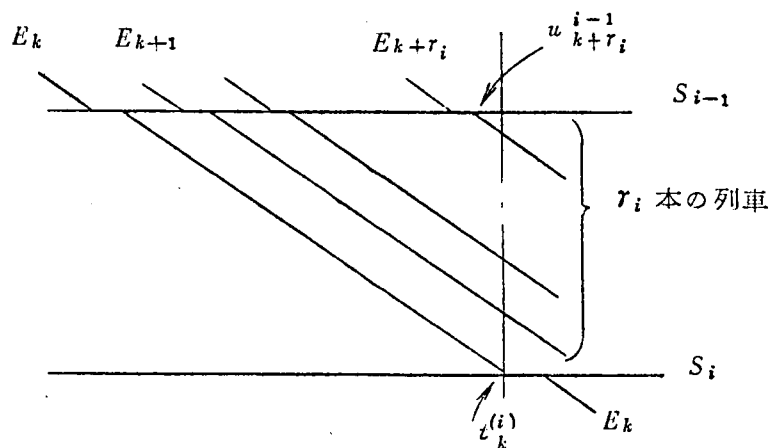


図 6.6 駅間の列車本数の制限

式 (6.6) ~ (6.9), 式 (6.13) ~ (6.15) から, 独立変数は

$$y_k^{(i)} : k=1, 2, \dots, m_k-1$$

$$x_k^{(i)} : k=m_k, m_k+1, \dots, m$$

のみである。 S_{i-1} 駅での各列車の発車時刻 $u_k^{(i-1)}$, 混雑度 $\rho_k^{(i-1)}$ が既知であることに注意しよう。 $G_k^{(i)}$ は式 (6.6) より定数となる。式 (6.13), (6.15) より, $u_k^{(i)}$ は $u_{k-1}^{(i)}$ と $x_k^{(i)}$, $y_k^{(i)}$ で表現でき, しかも $u_0^{(i)}$ が既知であるから, 帰納的に $u_k^{(i)}$ は $x_l^{(i)}$, $y_l^{(i)} : l=1, 2, \dots, k$ の関数となる。同様に, $t_k^{(i)}$ は $x_l^{(i)}$, $y_l^{(i)} : l=1, 2, \dots, k-1$ の関数であることがわかる。

S_i 駅発車時点での各列車の混雑度 $\rho_k^{(i)}$ は次式で与えられる。

$$\rho_k^{(i)} = \begin{cases} (1 - a_k^{(i)}) \rho_k^{(i-1)} + \mu X_k^{(i)} / M_k + \lambda_k^{(i)} y_k^{(i)} / M_k & : k=1, 2, \dots, m_k-1 \\ (1 - a_k^{(i)}) \rho_k^{(i-1)} + \mu x_k^{(i)} / M_k & : k=m_k, m_k+1, \dots, m \end{cases} \quad (6.16)$$

式 (6.16) の $(1 - a_k^{(i)}) \rho_k^{(i-1)}$ は k 列車の i 駅で降車しない乗客数, $\mu X_k / M_k$ は乗車時分での乗車人数, $\lambda_k^{(i)} y_k^{(i)} / M_k$ は調整時分での乗車人数の列車定員に対する割合である。最大遅延列車以降は調整時分を取らないため, 式 (6.16) の第 2 式には, $\lambda_k^{(i)} y_k^{(i)} / M_k$ の項は含まれない。

6.3.5 列車遅延の動特性

列車遅延の累積現象を分析するために, つぎのような仮定を設け対象の単純化をはかる。

$$\left. \begin{array}{l} \text{(i)} \quad \lambda_k^{(i)} = \lambda \\ \text{(ii)} \quad a_k^{(i)} = a \\ \text{(iii)} \quad \rho_k^{(i)} = \rho_0 \\ \text{(iv)} \quad e_i = e \\ \text{(v)} \quad y_k^{(i)} = 0 \end{array} \right\} \quad (\text{indep. of } k, i) \quad (6.17)$$

(i), (ii), (iii)は、全駅、全列車での乗客変動のダイナミックスが同一であることを、(iv)は全駅間での列車のダイナミックスが同一であることを、(v)は列車の運行に全く余裕がないことを示している。 $\rho_k^{(i)} = \rho_0$ (const)としているが、これは正常時のことであって、列車が遅延すると、 $\rho_k^{(i)}$ は k, i により異なってくる。ここでは、列車遅延の累積現象を知るのが目的であるから、遅延が小さい場合にその吸収する役目をはたす調整時分を零としている。また、解析を容易にするため、駅間の列車本数の現制条件(式(6.14))を無視する。

まず、この仮定の下で計画ダイヤを求める。

T : 先行列車が発車してから次の列車が到着するまでの時間

Z_0 : 停車時分

このとき、 T, Z_0, ρ_0 の間に、次の関係式が成立する(図6.7参照)。

$$a \rho_0 = \lambda (T + Z_0) \quad (6.18)$$

$$Z_0 = \frac{a \rho_0}{\delta} + \frac{\lambda (T + a \rho_0 / \delta)}{\mu - a} \quad (6.19)$$

式(6.18)の左辺は駅での降車人数であり、右辺は乗車人数である。したがって、式(6.16)は、各駅での乗車人数と降車人数とが等しく、列車の乗客数が変わらないことを示している。式(6.19)の右辺の第一項は降車時分であり、第2項は乗車時分を表わしており、式(6.19)は調整時分をとらない場合の停車時分を表わしている。

ρ_0, Z_0 に関して解くと、次式をうる。

$$\rho_0 = \frac{\lambda \mu \delta}{a \{ \mu \delta - \lambda (\mu + \delta) \}} T \quad (6.20)$$

$$Z_0 = \frac{\lambda (\mu + \delta)}{\mu \delta - \lambda (\mu + \delta)} T \quad (6.21)$$

ただし、 λ, μ, δ は列車の定員 $M_k (=M)$ で正規化している。

輸送対象のパターン(λ, a)が定まり、列車の混雑度のある値に定めれば、式(6.20)

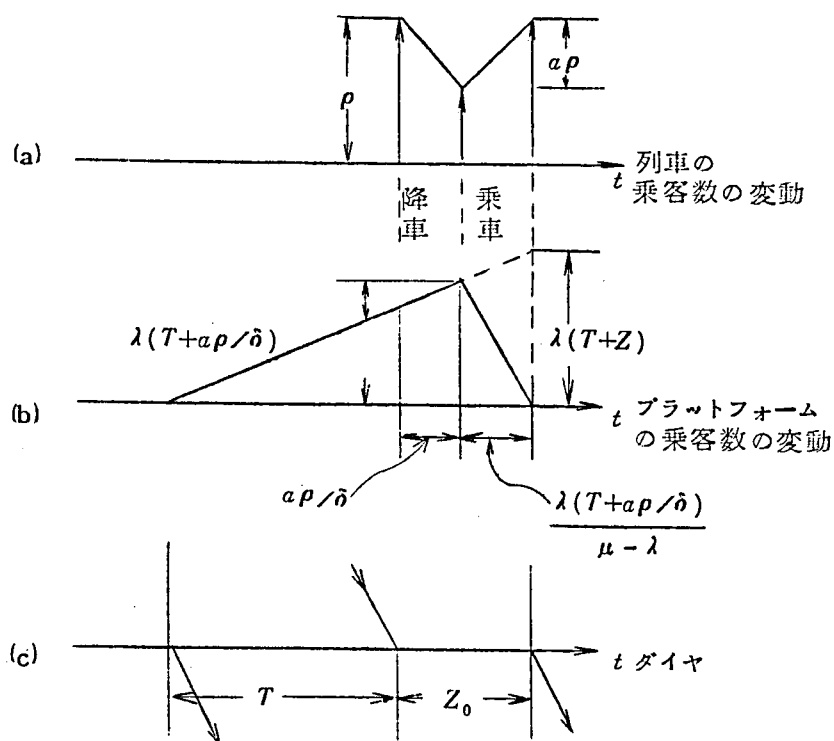


図 6.7 プラットフォーム，列車の乗客数変動とダイヤ

より T が，式 (6.2 1) より Z_0 が求まる。すなわち，列車の運転時隔 ($T+Z_0$) が定まる。また，逆に T を定めれば， ρ_0 ， Z_0 が求まる。この鉄道の輸送力 (単位時間あたりの輸送人員) は λ であるが，同一輸送力を達成するのに，運転時隔または混雑度という自由度が 1 つあることを示している。

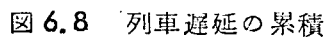
式 (6.2 0) より

$$\lambda = \frac{a \delta \mu \rho_0}{\mu \delta T + \rho_0 a (\delta + \mu)} \quad (6.2 2)$$

であり，この鉄道の輸送力 λ は ρ_0 の増加関数であり， T の減少関数である。 $\rho_0 \leq 1$ であり， $T \geq T_m$ (最短運転間隔) であるから， $\rho_0 = 1$ ， $T = T_m$ のとき最大輸送力をうる。したがって，式 (6.2 2) から，次式が成立する。

$$\lambda \leq \frac{a}{T_m + a \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\delta} \right)} \quad (6.2 3)$$

次に，ここに示したダイヤ (式 (6.2 0) ， (6.2 1) を満たす T_0 ， Z_0 ， ρ_0 の値) で列車群が運転されていたとき，列車 E の S_1 駅到着時刻が X_0 分遅れたとすれば，運転整

$$\left. \begin{array}{l} \rho_i : S_i \text{ 駅発車時の列車 } E \text{ の混雑度} \\ Z_i : S_i \text{ 駅での停車時分 (降車時分 + 最大乗車時分)} \\ X_i : S_{i+1} \text{ 駅到着時の列車 } E \text{ の遅延時分} \end{array} \right\} \quad n=1, 2, \dots$$

$$Z_i = \frac{\alpha \rho_{i-1}}{\mu} + \frac{\lambda \left(T + X_{i-1} + \frac{\alpha \rho_{i-1}}{\mu} \right)}{\mu - \lambda} \quad (6.24)$$

$$X_i = X_{i-1} + Z_i - Z_0 \quad (6.26)$$

式の簡単化のため

$$P_i = \rho_{i-1} / \mu \quad (6.27)$$

$$\sigma = \lambda / \mu \quad (6.28)$$

とおき，式(6.24)～(6.26)を変形する。式(6.27)の意味は，列車の混雑度（乗車している乗客数）を降車時分（乗車時分）で表現したものといえる。したがって， $i=1, 2, \dots$ に対して

$$\left. \begin{aligned} Z_i - \frac{a}{1-\sigma} P_{i-1} - \frac{\sigma}{1-\sigma} X_{i-1} &= \frac{\sigma}{1-\sigma} T \\ P_i - \left(1-a + \frac{a\sigma}{1-\sigma}\right) P_{i-1} - \frac{\sigma}{1-\sigma} X_{i-1} &= \frac{\sigma}{1-\sigma} T \\ -X_i + X_{i-1} + Z_i &= Z_0 \end{aligned} \right\} \quad (6.29)$$

なる連立差分方程式が成立する。 P_0, Z_0 は式(6.20)，(6.21)で， X_0 は初期遅延として与えられている。

この連立差分方程式を解くことは大変であり，遅延時分の累積効果を知ることが目的であるので，この特性根 S を求めることにする⁵⁾。

$$Z_i = AS^i, \quad P_i = BS^i, \quad X_i = CS^i$$

とおき，式(6.29)に対する連立同次差分方程式に代入すると

$$\left. \begin{aligned} AS - \frac{a}{1-\sigma} B + \frac{\sigma}{1-\sigma} C &= 0 \\ \left(S - 1 + a - \frac{a\sigma}{1-\sigma}\right) B - \frac{\sigma}{1-\sigma} C &= 0 \\ AS &-(S-1)C = 0 \end{aligned} \right\} \quad (6.30)$$

したがって，次式が成立しなければならない。

$$\begin{vmatrix} S & -\frac{a}{1-\sigma} & -\frac{\sigma}{1-\sigma} \\ 0 & S - 1 + a - \frac{a\sigma}{1-\sigma} & -\frac{\sigma}{1-\sigma} \\ S & 0 & -(S-1) \end{vmatrix} = 0 \quad (6.31)$$

ゆえに，

$$S = \frac{2-\sigma-a(1-2\sigma) \pm \sqrt{\{a(1-2\sigma)-\sigma\}^2 + 8a\sigma(1-\sigma)}}{2(1-\sigma)}, \quad 0$$

(6.32)

式(6.32)の最初の2根がどのような値であるかわかりにくいため、特定の a の値について特性根を求めてみる。

(i) $a = 0$ の場合

$$S = \frac{1}{1-\sigma}, 1, 0$$

(ii) $a = 1$ の場合

$$S = \frac{1+\sigma}{1-\sigma}, 0, 0$$

次に、 a が0から1に変わるにしたがい、零でない特性根がどのように変わるか調べることとする。

$$\frac{dS}{da} = \begin{cases} \frac{8\sigma^2(1-\sigma)}{2(1-\sigma)\sqrt{\{a(1-2\sigma)-\sigma\}^2+8\sigma a(1-\sigma)}} \\ \frac{\{(1-2\sigma)\sqrt{\{a(1-2\sigma)-\sigma\}^2+8\sigma a(1-\sigma)}+a(1-2\sigma)^2+\sigma(3-2\sigma)\}}{-(1-2\sigma)\sqrt{\{a(1-2\sigma)-\sigma\}^2+8\sigma a(1-\sigma)}-\{a(1-2\sigma)^2+\sigma(3-2\sigma)\}} \\ \frac{-(1-2\sigma)\sqrt{\{a(1-2\sigma)-\sigma\}^2+8\sigma a(1-\sigma)}-\{a(1-2\sigma)^2+\sigma(3-2\sigma)\}}{2(1-\sigma)\sqrt{\{a(1-2\sigma)-\sigma\}^2+8\sigma a(1-\sigma)}} \end{cases} \quad (6.33)$$

式(6.33)の第1式は、式(6.32)で正の符号を、第2式は負の符号をとる場合である。式(6.23)で $\mu = \delta$ とおき、 $T_m > 0$ とすれば、 $\sigma < \frac{1}{2}$ ($\because \sigma = \lambda/\mu$)となるから、式(6.33)の第1式は正、第2式は負である。したがって、零以外の特性根は、 a が増加するにしたがい、次のように変化する。

$$\begin{aligned} \frac{1}{1-\sigma} &\sim \frac{1+\sigma}{1-\sigma} && : \text{増加} \\ 1 &\sim 0 && : \text{減少} \end{aligned}$$

以上の議論から、1より大きい特性根を持つことがわかり、遅延が指数関数的に増加することが示された。また、この遅延の累積の度合は、各駅での乗降率 a の大きいほど、また σ が大きいほど大きい。 $\sigma (= \lambda/\mu)$ が大きいとは乗客数が多いことを意味する。 a 、 σ が大きいとは、乗客の動きが大きいことであり、遅延は乗客の特定列車への集中を介して増大するものであるから、この結果は合理的である。

6.4 最適運転整理方式

6.4.1 運転整理の最適性

高密度平行ダイヤでの運転整理の手段は

- (1) 乗客の集中化による列車遅延の累積効果の阻止（停車時分の調整）
- (2) 列車遅延の減少

- (i) 調整時分，乗車時分の減少
- (ii) 走行時分の短縮

である。列車密度の低い平行ダイヤであれば、(2)のみしか問題にはならないが、高密度になると(1)が主要な問題となってくる。(1)と(2)の(i)はともに列車および駅の乗客数に関係してくるため、乗客変動のダイナミックスと列車運転のダイナミックスとの関連で考察すべきである。一方、(2)の(ii)については、遅延列車が列車間の相互関係（安全上から定まる最小運転時隔）の規制の下での最小走行時分で運転されるものとするため、列車ダイナミックスの問題といえる。

列車のダイナミックスのみの問題は列車相互の関係と走行時分の問題であるため、ある条件を満たすかを考えればよく、式(6.13)～(6.15)のような不等式で表わされる規制条件のみで良い。ところが乗客のダイナミックスと列車のダイナミックスとが絡み合う問題に対しては、連続量的な目的関数が必要である。前節の解析からわかるように、列車遅延の累積は列車の混雑度を媒介としておこっている。先行列車との運転間隔の増加はプラットフォーム上の乗客の増加をまねき乗車時分を増加し、列車の混雑度を増加させる。列車の混雑度は次駅以降の降車時分を増加させる。したがって、各列車の混雑度に関する関数を目的関数とすべきと考えられる。

列車遅延の累積効果は特定列車への乗客の集中にあるため、それを防ぐことが運転整理の一つの方針となる。したがって、列車間の混雑度の差をなくすべきであり、全列車の混雑度の分散を最小とすべきと考えられる。しかし、これは必ずしも対象の特性を正確にとらえていない。列車群の運転の順序関係が考慮されていないからである。ある列車が混雑し、その前後の列車が閑散であれば、その閑散列車で乗客が吸収できるだけである。したがって、相前後する列車間の混雑度の差の2乗、すなわち“移動分散”とでもいうべき次式の最小化をはかることになる。

$$\sum_{k=1}^m (\rho_k^{(i)} - \rho_{k-1}^{(i)})^2 \quad (6.34)$$

式(6.34)はある列車の混雑度がその前後列車でしか吸収できないという列車群の特性を表現しているが、その他にも次のような意味がある。乗客の増加率 $\lambda^{(i)}(t)$ は時刻の関数であり、列車の混雑度は当然時間帯により異なるものであって、この点からも単なる混雑度の分散ではなく、相前後する列車間の混雑度を滑らかに変化させることが目的となるからである。

6.4.2 最適運転整理アルゴリズム

運転整理の基本方針を次のように定める。

- (i) S_{i-1} 駅での各列車の発車時刻、発車時点での混雑度は与えられたものとして、 S_i 駅での各列車の到着時刻、発車時刻(停車時分)を定める。 $i=1, 2, \dots$
- (ii) S_i 駅での各列車の到着時刻、発車時刻の決定には、列車間の混雑度の“移動分散”(式(6.34))の最小化を目的関数とする。
- (iii) 操作変数(停車時分：乗車時分と調整時分)に関する規制条件は、乗客のダイナミックスによる規制条件(式(6.6)～(6.9))と列車のダイナミックスによる規制条件(式(6.13)～(6.15))である(ただし、後述する条件が加わる)。

(i)より、 S_0 駅を考察初期駅とすれば、その駅での今後の列車の運転状態がどうなるかをあらかじめ求めておかなければならないが、これは単なる決定論的なシミュレーションで定めることができる。 S_0 駅での各列車の状態がわかれば、逐次 $S_i : i=1, 2, \dots$ 駅での各列車の運転方法を定めていくことになる。

(ii)を実現するとなれば、最大遅延列車の先行列車を遅らせ乗客を吸収し、最大遅延列車の遅延の累積を防ぐことになる。一方、最大遅延列車以降は調整時分をとらずに最小の運転時隔で運転させ、場合によっては最大乗車時分以下に乗車時分を短縮、すなわち積み残しを行ない遅延の回復をはかる。ダイヤの修正能力は弱まるが、積み残しを許さない場合には、最大遅延列車以降の各遅延列車は最短運転時隔で運転すればよく、調整時分は不要である。

(iii)の規制条件はすべて操作変数の1次の不等式として表現され、一方、目的関数は2次式として表現されるから、運転整理アルゴリズムの主要部分は2次計画法(QP: Quadratic Programming)の問題として定式化される。

以下に、積み残しが許されない場合($\beta=1$)と積み残しが許される場合($0<\beta<1$)とに分け、計算アルゴリズムを述べる。

(1) 積み残しが許されない場合 ($\beta = 1$)

この場合には、列車間の混雑度の平坦化として定式化をはかるのは、最大遅延列車 E_{m_k} とその先行列車についてである。 $E_k : k=1, 2, \dots, m_k$ 列車の到着・発車時刻の調整を2次計画法の問題として定式化する。ただし、 E_{m_k} の S_i 駅到着時刻 $t_{m_k}^{(i)}$ は、先行列車の停車時分を調整しない場合の到着時刻 $\tau_{m_k}^{(i)}$ とすべきである。なぜなら先行列車の停車時分の調整を行なっても E_{m_k} の到着時刻 $t_{m_k}^{(i)}$ は $\tau_{m_k}^{(i)}$ より早めることはできず、発車時刻を早めることができるだけであり、 $t_{m_k}^{(i)} > \tau_{m_k}^{(i)}$ とすることは、 E_{m_k} を更に遅延させることになり望ましくないからである。

$\tau_{m_k}^{(i)}$ は、次式より計算される。

$$\left. \begin{aligned} \tau_k^{(i)} &= \max [u_k^{(i-1)} + e_{i-1}, u_{k-1}^{(i)} + d] \\ u_k^{(i)} &= \tau_k^{(i)} + G_k^{(i)} + X_k^{(i)} \\ \text{ただし、} X_k^{(i)} &= \frac{\lambda_k^{(i)}}{\mu - \lambda_k^{(i)}} (t_k^{(i)} + G_k^{(i)} - u_{k-1}^{(i)}) \\ u_0 &: \text{既知} \\ k &= 1, 2, \dots, m_k \end{aligned} \right\} \quad (6.35)$$

式 (6.35) の第2式は、式 (6.15) で $y_k^{(i)} = 0$ ，すなわち停車時分を調整していないことを表わしている。これは乗客ダイナミックスと列車ダイナミックスの両者にまたがる規制条件といえる。

以上より、式 (6.6) ~ (6.9) (乗客ダイナミックスの規制条件)，式 (6.13) ~ (6.15) (列車ダイナミックスの規制条件) と式 (6.35) が規制条件となり、目的関数 (6.34) の最小化として運転整理が定式化されることを示した。次に、それを具体的に示そう。まず、式 (6.13) は、次の2つの不等式に分解される。

$$t_k^{(i)} \geq u_k^{(i-1)} + e_{i-1} \quad (6.36)$$

$$t_k^{(i)} \geq u_{k-1}^{(i)} + d \quad (6.37)$$

式 (6.36)，(6.37) のそれぞれに、式 (6.9) と式 (6.15) の第1式を代入し、

$t_k^{(i)}$ ， $X_k^{(i)}$ を消去すれば

$$u_k^{(i)} + \frac{\lambda_k^{(i)}}{\mu - \lambda_k^{(i)}} u_{k-1}^{(i)} - y_k^{(i)} \geq \frac{\mu}{\mu - \lambda_k^{(i)}} (u_k^{(i-1)} + e_{i-1} + G_k^{(i)}) \quad (6.38)$$

$$u_k^{(i)} - u_{k-1}^{(i)} - y_k^{(i)} \geq \frac{\mu}{\mu - \lambda_k^{(i)}} (d + G_k^{(i)}) \quad (6.39)$$

$k=1, 2, \dots, m_k - 1$ ， $u_0^{(i)}$ ：既知 (既に発車した列車の発車時刻)

をうる。 $k=m_k$ に対しては、式 (6.3 6) , (6.3 7) の代わりに、 $t_{m_k}=\tau_{m_k}$ である。
この式と式 (6.9) , (6.1 5) の第 2 式より次式をうる (但し、 $\beta=1$) 。

$$u_{m_k}^{(i)} + \frac{\lambda_{m_k}^{(i)}}{\mu - \lambda_{m_k}^{(i)}} u_{m_k-1}^{(i)} = \frac{\mu}{\mu - \lambda_{m_k}^{(i)}} (\tau_{m_k}^{(i)} + G_{m_k}^{(i)}) \quad (6.4 0)$$

$$y_{m_k} = 0 \quad (6.4 1)$$

つぎに、式 (6.1 4) に、式 (6.9) , (6.1 5) の第 1 式を代入し、 $t_k^{(i)}$, $X_k^{(i)}$ を消去すれば、次式をうる。

$$u_k^{(i)} + \frac{\lambda_k^{(i)}}{\mu - \lambda_k^{(i)}} u_{k-1}^{(i)} - y_k^{(i)} \leq \frac{\mu}{\mu - \lambda_k^{(i)}} (u_{k+r_i}^{(i-1)} + G_k^{(i)}) \quad (6.4 2)$$

$$k=1, 2, \dots, m_k$$

式 (6.3 8) ~ (6.4 2) が規制条件となるが、これらの独立変数は $u_k^{(i)}$, $y_k^{(i)}$; $k=1, 2, \dots, m_k$ である。したがって、目的関数 (式 (6.3 4)) , すなわち ρ_k を $u_k^{(i)}$, $y_k^{(i)}$ で表わさねばならない。式 (6.9) と式 (6.1 5) の第 1 式より $t_k^{(i)}$ を消去すると

$$\mu X_k^{(i)} = \lambda_k^{(i)} (u_k^{(i)} - u_{k-1}^{(i)}) - \lambda_k^{(i)} y_k^{(i)} \quad (6.4 3)$$

となり、これを式 (6.1 6) の第 1 式に代入すると、次式をうる。

$$\rho_k^{(i)} = (1 - \alpha_k^{(i)}) \rho_k^{(i-1)} + \frac{\lambda_k^{(i)}}{M} (u_k^{(i)} - u_{k-1}^{(i)}) \quad (6.4 4)$$

以上から、式 (6.3 8) ~ (6.4 2) の規制条件の下で、式 (6.3 4) を最小にする $u_k^{(i)}$, $y_k^{(i)}$; $k=1, 2, \dots, m_k$ を求めることになる。これはコスト関数の正定値性より 2 次計画法 (QP : Quadratic Programming) の問題であり、計算法は確立している^{6) 7)}。

修正ダイヤ情報として必要なものは、 S_i 駅での各列車の到着・出発時刻 $t_k^{(i)}$, $u_k^{(i)}$; $k=1, 2, \dots$ であるから、QP 計算で求めた $u_k^{(i)}$; $k=1, 2, \dots, m_k$ ($y_k^{(i)}$ は不要) より、これらの値を求めることになる。最大遅延列車以降の列車に対しては調整時分 $y_k^{(i)} = 0$ とすべきであること、 $u_k^{(i)} \geq U_k^{(i)}$ とすべきであるから、式 (6.1 3) , (6.1 5) , (6.4 3) より $t_k^{(i)}$, $u_k^{(i)}$ に関して次式をうる。

$$t_k^{(i)} = \max [u_k^{(i-1)} + e_{i-1} , u_{k-1}^{(i)} + d] ; k=1, 2, \dots, m \quad (6.4 5)$$

$$u_k^{(i)} = \max \left[\frac{1}{\mu - \lambda_k^{(i)}} \{ \mu (t_k^{(i)} + G_k^{(i)}) - \lambda_k^{(i)} u_{k-1}^{(i)} \} , U_k^{(i)} \right] ;$$

$$k=m_k+1, m_k+2, \dots, m \quad (6.4 6)$$

ただし、 $u_0^{(i)}$; 既知、 $u_k^{(i)}$; $k=1, 2, \dots, m_k$: QP 計算の解

これらの式より、 $t_k^{(i)} ; k=1, 2, \dots, m, u_k^{(i)} ; k=m_k+1, m_k+2, \dots, m$ を逐次決定することができる。

(2) 積み残しが許される場合 ($0 < \beta < 1$)

$E_k ; k=1, 2, \dots, m_k-1$ 列車に対しては、発車時刻を遅らせ最大遅延列車 E_{m_k} の乗客を吸収するため、 $x_k^{(i)} = X_k^{(i)}, y_k^{(i)} \geq 0$ であって、規制条件は $\beta = 1$ (積み残しが許されない場合) と同一である。 $E_k ; k=m_k, m_k+1, \dots, m$ 列車に対しては、積み残しを行なっても遅延時分を短縮するため、次式が規制条件として加わる。

$$\begin{aligned} \beta X_k^{(i)} &\leq x_k^{(i)} \leq X_k^{(i)} \\ y_k^{(i)} &= 0 \quad ; \quad k=m_k, m_k+1, \dots, m \end{aligned} \quad (6.47)$$

したがって、 $k=1, 2, \dots, m_k-1$ に対しては、 $\beta = 1$ の場合と同一条件式、 $k=m_k, m_k+1, \dots, m$ については、式 (6.47)、式 (6.11) を条件式として、式 (6.34) を目的関数として QP 計算 (最小化問題) を行なえば、各列車の各駅での発車時刻を求めることができる。

6.4.3 展開ダイヤ

上述した運転整理アルゴリズムでは、折り返し駅での扱いが考慮されていない。折り返し駅が一つの特異点となって特殊な扱いを必要とするように考えられるが、図 6.9 に示した展開ダイヤを作成すれば、その必要はない。展開ダイヤの展開というのは、折り返し駅でダイヤが展開された形になっているからである。折り返し駅での入庫時間は、その駅から次駅 (実は同一駅であるが) までの走行時分と考えている。

6.5 第6章のまとめ

第6章で明らかにした事項は次の通りである。

(1) 輸送システムは遠距離輸送、都市内大量輸送、集配的輸送とに分類でき、それぞれの運行スケジュール (ダイヤ) の理想形は、固定ダイヤ、フローティングダイヤ、フリーダイヤである。

(2) 都市内大量輸送の特徴が、高い列車密度、長い乗降時間 (走行時間に対して) であるため、乗客流の変動に応じてダイヤを弾力的に運用するフローティングダイヤ方式が有効である。

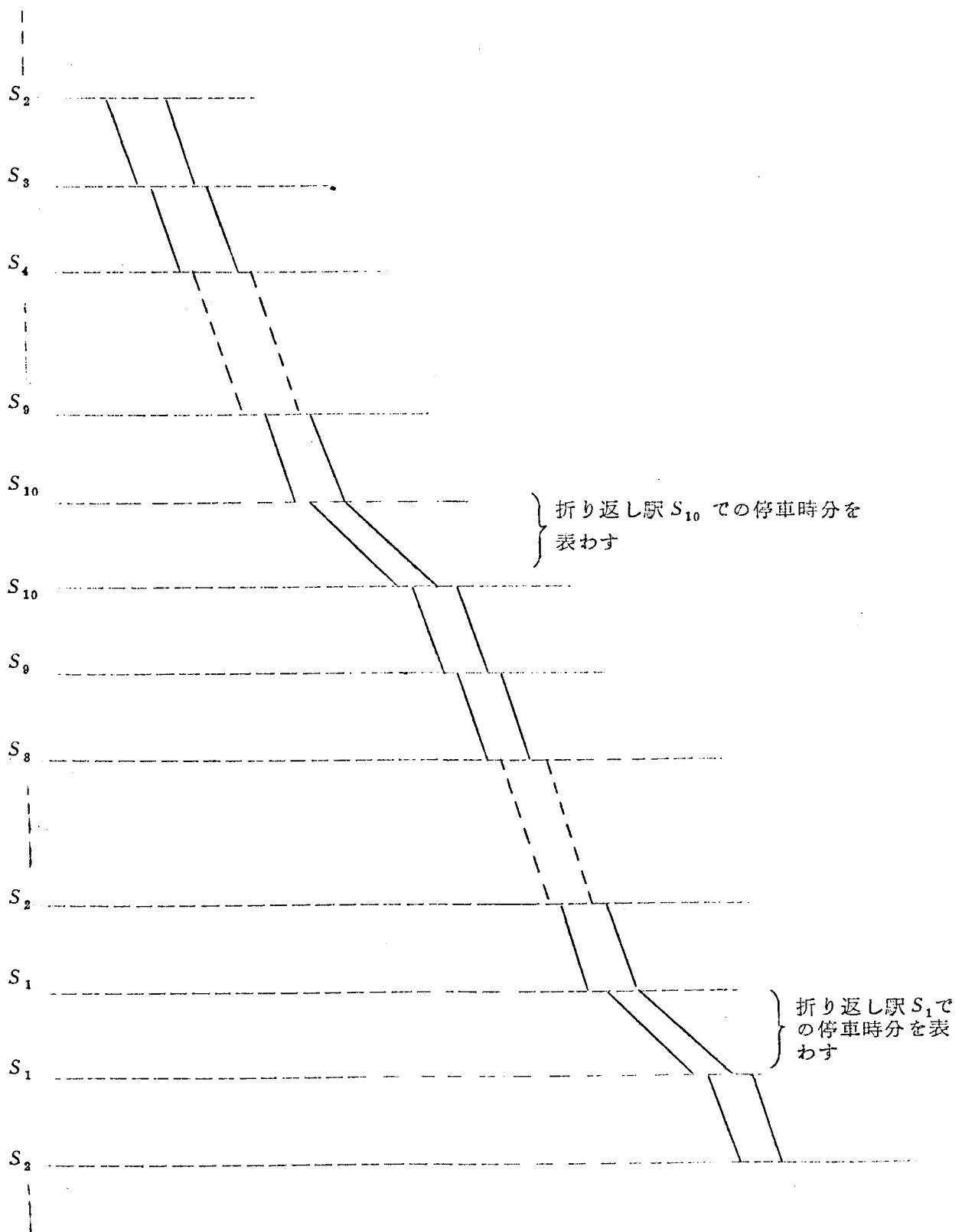


図 6.9 展開ダイヤ (2 列車のみ示した)

第 7 章 計算機システムにおけるスケジュール制御

— 高信頼化二重系計算機システム —

第 7 章 計算機システムにおけるスケジュール制御 —— 高信頼化二重系計算機システム ——

マルチコンピュータシステムにおける自動切替の高信頼化を、寿命の信頼性と情報の信頼性（フェイルセーフ）の両面から考察し、新しい高信頼化二重系計算機システムと、両計算の計算同一化のためのスケジュール制御方式とを提案する。

7.1 制御用計算機のモニタシステム（MS）とスケジュール制御

計算機は中央処理装置（CPU）、入出力制御装置（IOP）、記憶装置などのモジュールから成り、情報処理を目的として構成されているシステムである。計算機からみた制御対象の状況変化、各モジュールの使用状況に応じて、タスクを効果的に処理するのが、モニタシステム（MS）の役割であり、MSはスケジュール制御を行なうものといえることができる。

計算機システムと生産工程とはスケジュール制御の立場からみると興味のある類似性と相違点とを持っている。計算機は情報を加工する生産工程をみなせるため、計算機と生産工程とは加工対象が情報であるのと物質である以外には全く同一とみなすことができる。計算機のCPU、IOPなどは生産機械に対応し、マルチプロセッサはこれら生産機械を多数備えた生産工場といえる。しかし、計算機では加工対象が管理情報と全く同一の情報であることが、生産工程に対する基本的な相違点となっている。

生産工程では、工程管理が計算機で理想的に行なわれるならば、管理情報の時間遅れのため、工程の流れがとどこおることはない。しかし、計算機では加工対象と管理情報とが共に情報であるため、管理情報の処理のため本来の計算がとどこおることになる。これは、オーバーヘッドといわれているものである。これはタスクの応答時間の増加になり、計算制御では制御の有効性をそこなうことになる¹⁾。

生産システムの信頼性には、生産設備の信頼性と管理機構の信頼性とがある。生産工程での物の流れが緩やかであること、管理機構は人間によりバックアップが可能であることのため、管理機構の信頼性はそれほど問題とはなっていない。しかし、計算機では、タスクの処理時間が短く計算機という生産工程の物の流れが極わめて早いため、人間によるバ

バックアップが不可能に近い。バッチ処理、人間に対するオンラインシステムではそれほど問題とはならないが、計算制御の場合には、計算機の管理機構（MS を動かす機構）の信頼性が重大な問題となる。

次節以下に、二重系計算機システムについて、高信頼化のためのスケジュール制御（MS）とその機構の高信頼化方式²⁾を提案する。

7.2 オンライン計算機の信頼性

7.2.1 寿命の信頼性

信頼性の教科書をみると、装置が与えられた環境においてきめられた使命時間、その機能をはたす確率を信頼性の評価尺度としている³⁾。しかし、プロセス制御など生産工程に用いられる汎用計算機では、計算機の設計製作段階でその使用目的は定まらず使用時間を一義的に決めることができない。そのため、計算機単体としては稼働率とかMTBFといった平均的パラメータを用いざるをえない場合が多い。

計算制御の内容が複雑化するほど、計算機故障後のシステム復帰に要する時間は単に計算機単体のMTTRではすまなくなる。したがって、同一の稼働率がえられる計算機単体の中では、MTTRよりMTBFの優れている方が、計算制御システムにとっては望ましい。

7.2.2 情報の信頼性

情報を扱う機械では出力が情報であるため、その出力は外界に対し質的な影響を与える場合が多い。しかも、高速に処理し判断を行なう情報処理機械の出力を常時人間が監視することは不可能である。

交通信号機は、故障時にその出力が赤信号となるように作られている。これが寿命の信頼性とは異なる情報の信頼性であり、この信頼性を別の言葉でいえばフェルセーフである。常にフェルセーフに故障することは不可能であり、これも確率的に評価すべきである。

寿命の信頼性と情報の信頼性とは相反する概念である。少しでも機械に異常の恐れがあるときには、フェルセーフに出力を固定し運転を止めれば、寿命の信頼性は下がるが、情報の信頼性は向上する。確実に故障と判断できないかぎり、機械の運転を停止しなければ、逆に寿命の信頼性は向上するが情報の信頼性は低下する。

情報処理機械の中には、信号機のようにその機能が一義的に定まっている専用機械と計算機のような汎用機械とがある。専用機械では故障時に出力を安全側に固定させる回路を組むことはほぼ可能である⁴⁾。しかし、計算機の場合はその汎用性とタイムシャリング動作とのため、その出力の安全側を一義的に定めておくわけにはいかない。

計算制御の場合、計算機自体はマルチプログラミングで動いているが、プロセスI/Oの各端末はある特定の機能しか持たず専用機械となっている。専用機械にとって異常時に出力を安全側に固定することは容易である。したがって、計算機としては故障発生時に異常出力を出すことなく自己の異常を外部に知らせることができれば良く、端末がそれにより出力を安全側に固定すればよい。計算機のフェルセーフは故障発生時に異常情報を出力することなく、外部に異常を知らせる能力といえる。

7.2.3 信頼性の評価尺度

以上の結論として、制御用計算機の信頼性評価尺度は次の2つとなる。

- (1) 寿命の信頼性 M T B F
- (2) 情報の信頼性 フェルアウト率（ある一定時間（たとえばM T B F）の間にフェルアウトに故障する確率）

7.3 マルチコンピュータの自動切替の高信頼化

計算機制御で、複数個の計算機を結合したマルチコンピュータを用いる理由の一つは、計算制御の信頼性の向上である。マルチコンピュータでは、全ての計算機が故障するまで重要度の高いタスクの計算は続行しなければならない。そのため、一部の計算機が故障した場合、それを検出し、切り離して、正常な計算機のみで計算を続行させる機能が必要である。これを自動的行なうのが自動切替である。

7.3.1 自動切替過程

自動切替動作は次の3段階から成る（図7.1）。第1は診断データの作成、第2は故障モジュールの決定、第3はリソースアロケーションである。

診断データは種々のハードウェアとソフトウェアとで作られるため、各診断データの信頼性が自動切替の信頼性に及ぼす影響は部分的である。一方、この診断データを基に故障モジュールを最終的に決定する機能は一つの装置で行なわねばならないため、その装置の

信頼性が自動切替の信頼性にそのまま影響してくる。したがって、もしこの装置が故障モジュールであっては、その決定の信頼性が保証できなくなる。

故障モジュールを決定し、それを切り離したあとは、リソースアロケーションが行なわれる。これは第2段階の決定が正しく行なわれていれば正常モジュールで行なわれるため、自動切替の信頼性に影響を与えない。

7.3.2 二種類の過誤

一般に判断の誤りには二種類あって、数理統計の仮説検定論では、第1種の過誤、第2種の過誤と呼んで区別している⁵⁾。第1種の過誤とは、正常であるのに異常と判断することであり、第2種の過誤とは、異常であるのに正常と判断することである。

診断の第1種の過誤は寿命の信頼性を低下させるが、情報の信頼性には影響しない。一方、診断の第2種の過誤は情報の信頼性を低下させるが、寿命の信頼性には影響しない。

7.3.3 診断データの作成

診断データをうるには、ソフトウェアとハードウェアとによる方法がある⁶⁾⁷⁾。誤り検出回路による方法は、ミクロな計算機の動作状況にまで立ち入ることができるため、このハードウェアを複雑にすればするほど、第2種の過誤の確率を小さくできるが、それは故障しやすくなる。したがって、計算機の故障が検出できず、第1種の過誤も増えることになる。しかも、コストの増加も無視できない。

一方、ソフトウェアによる診断データの作成は、被診断計算機で診断データ作成のプログラムが動作することになるから、第1種の過誤はおこりえない。第2種の過誤の小さい有意な診断データをうるためには、複雑な診断プログラムを動作させることになり、計算時間はかかるが特別なハードウェアを必要としない。

7.3.4 故障計算機の決定と切り離し

種々の診断データをもとに、あるモジュール(計算機)を故障と決定することは、正常な機器で行なわれることが特に望まれる。この判断が故障しているハードウェアで行なわれると、第1種および第2種の過誤がおこりうる。この機能は診断データ作成と異なり、一カ所で行なわれるものであるため、特にこの信頼性を重視しなければならない。

この決定をマルチコンピュータのいずれかの計算機で行なおうとすると、故障計算機で

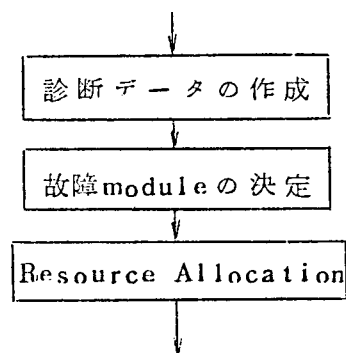
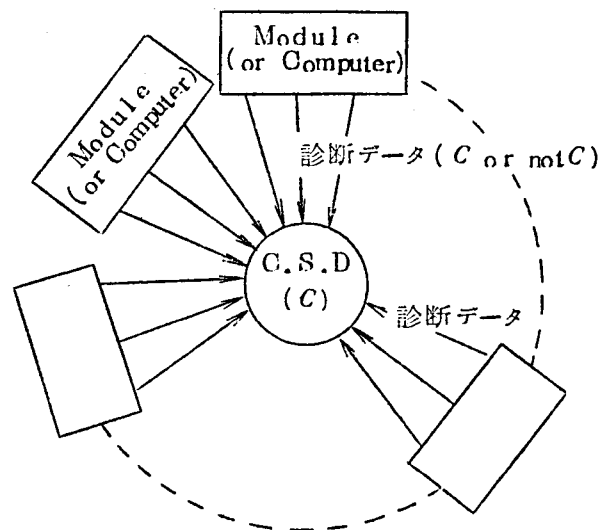


図 7.1 自動切替の過程

それが行なわれる確率が高い。ハードウェアの規模からいって、マルチコンピュータの中での一台の計算機の占める割合が大きいため、誤った決定の行なわれる確率が高くなる。しかも、その決定が汎用の情報機械（計算機）で行なわれるため、フェルセーフな決定は行なえないことになる。

この難点を救うために、診断データの作成と故障計算機の決定とを次のように行なうことにする（図 7.2）。まず、各診断データ作成機構は被診断計算機を正常とみなせばある定数 C を、故障とみなせば C 以外の値を出力するように作る。次に、故障計算機を決定する機構は内部に定数 C を記憶しておいて、それと診断データとを比較して多数決論理により故障計算機を決定する。このようにすれば、故障計算機の最終決定機構は単純化され、専用の小型のハードウェアにより実現できる。このハードウェアの規模が小さいため、その故障率が低く、しかも専用装置であるため、フェルセーフな決定が行なえ、高信頼化が実現できる。この装置を中央監視装置（Central Supervisor Device）と呼ぶ。



- 各 module : 診断データ（正常なら C 、故障なら $\text{not } C$ ）を種々の方法で作成
- C.S.D : 各 module 別に得られる診断データと C.S.D 内にある定数 C との多数決をとりその module の正常、故障を判定

図 7.2 故障 module の決定機構

7.4 高信頼化二重系計算機システム^{2) 8)}

7.4.1 方式の概要

図 7.3 に提案する二重系計算機システムの概略構成図を示す。中央監視装置の機能としては、(1)計算結果の照合（異常検出と両計算機の進捗管理のため）、(2)診断ルーチンの起動、(3)故障計算機の判定と切り離し、(4)単独運転から並列運転への復帰時のタイミング管理、である。

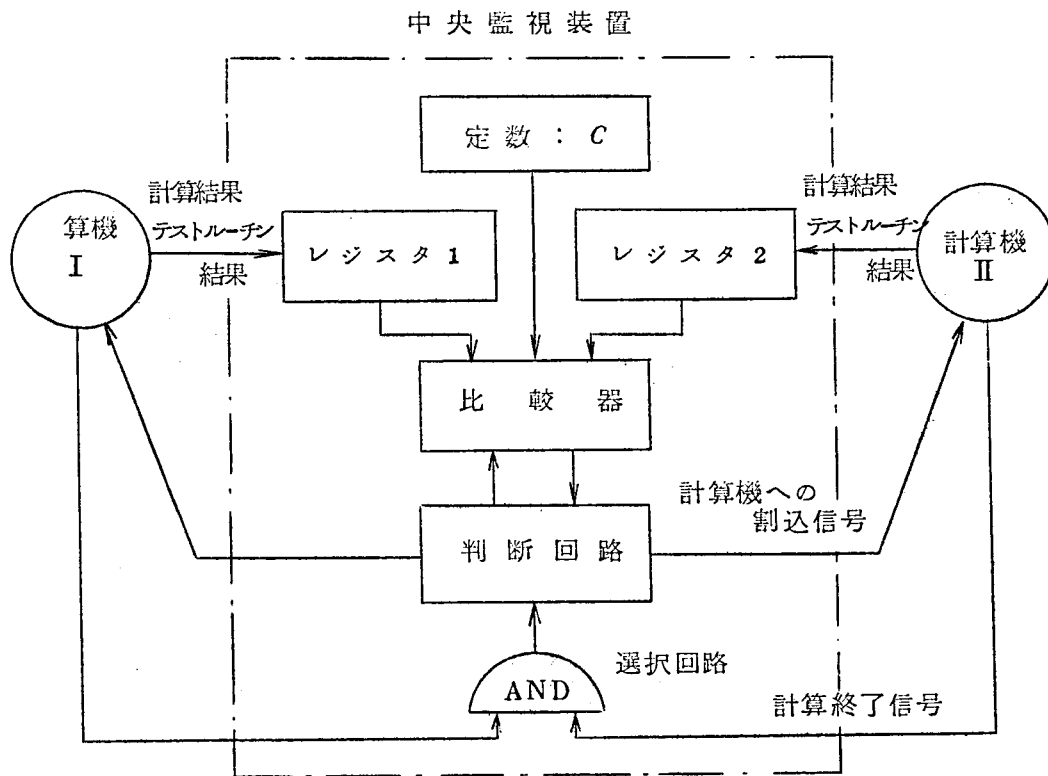


図 7.3 二重系計算機システムの概要

自動切替に限った動作概要を図 7.4 に示す。計算結果の照合が不一致であれば、いずれかの計算機は異常である。そこで、中央監視装置は各計算機に特殊なテストルーチンをスタートさせる。特殊なテストルーチンとは、被診断計算機が正常であれば、ある定数 C を出力とし、異常であれば C 以外の数値を出力する確率の高いプログラムである。中央監視装置では、このテストルーチンの二つの結果と中央監視装置に記憶されている定数 C との多数決を取り、故障計算機を識別する。ただし、この多数決で全てが一致すれば、故障計算機の識別ができなかったとして、両計算機の運転を停止する。すなわち、情報の信頼性が確保される。

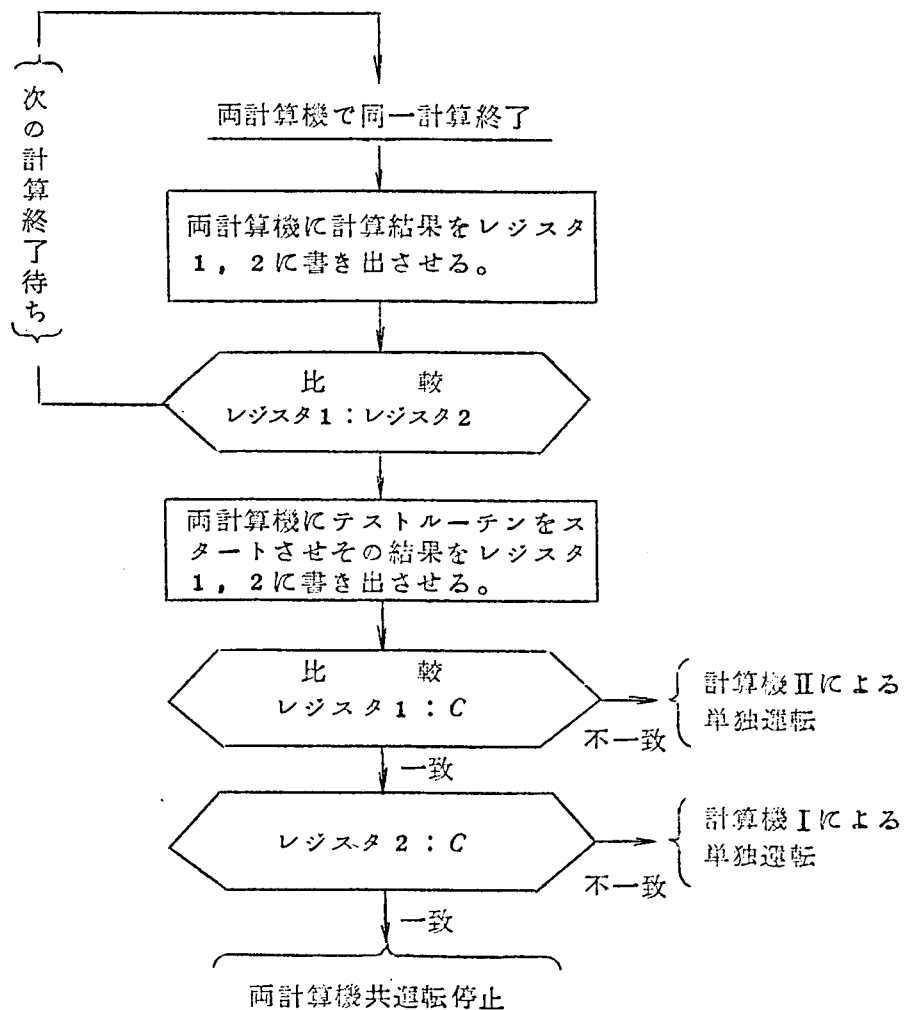


図 7.4 中央監視装置の動作概要

この方式で特に強調すべきことは、実質的に三重系の情報の信頼性がえられる点にある。計算結果の比較で、二重系のいずれか一方の計算機の異常がわかるから、テストルーチンの能力が低くてテストルーチン結果が全て定数Cとなっても、両計算機の運転を停止させることができるからである。テストルーチンの能力は寿命の信頼性のみに影響する。ただし、中央監視装置の故障でフェルアウトに動作する確率は完全にゼロとはいえないが、この装置は専用装置であるため、ほぼフェルセーフに作ることは可能である。

7.4.2 計算結果の同一化 (スケジュール制御) 2) 9)

(a) 計算順序規制の必要性

計算制御では、各タスクの計算内容は相互に関係しており、計算内容としては全タスクで1つのプロブレムプログラムを構成している。これらのタスクは共通テーブルエリアを介して相互に関係している(図7.5参照)。したがって、両計算機で各タスクを自由に

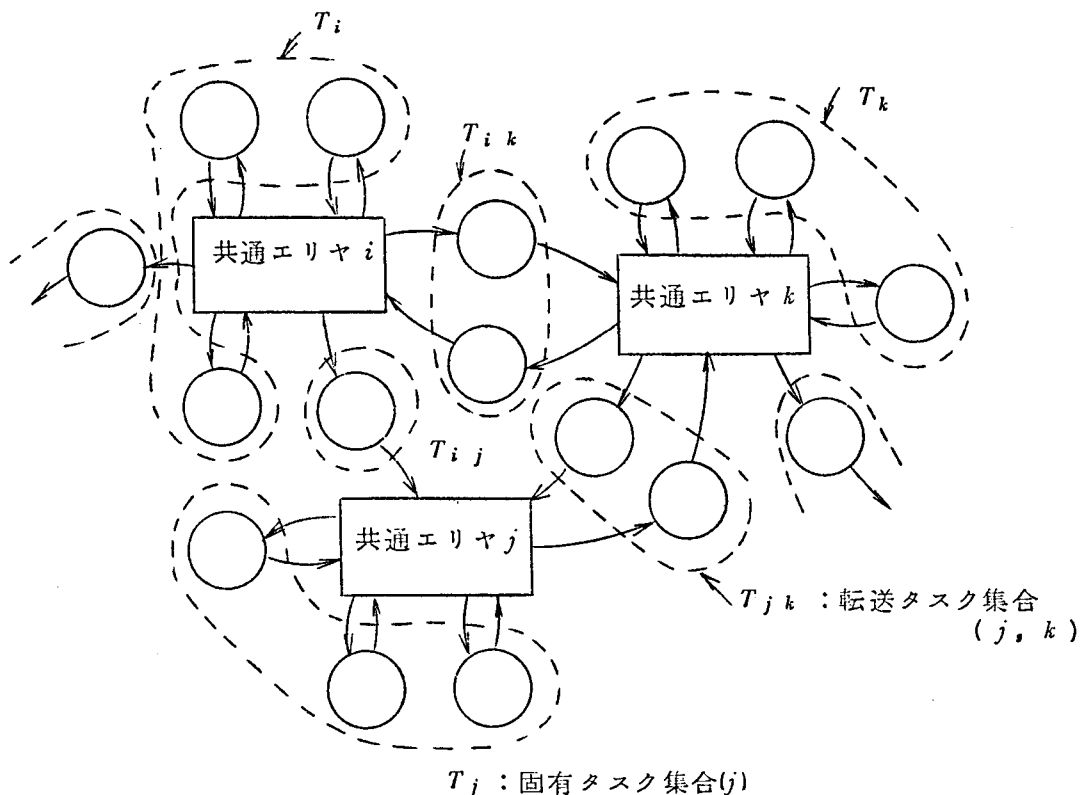


図 7.5 タスクの相互関係と分類

動作させれば、計算順序は両計算機で異なり、両計算機の計算結果は異なってくる。

これに対処するためには、両計算機をタスクレベルで完全に同期化すればよいと考えられるが、それでは計算速度は遅れている計算機に常に引きづられ、計算機の処理能力は大幅に低下する。ここでは、両計算機間の同期化の度合をできるだけ少くし、計算結果の同一化をはかる方式を提案する。

この概略方針は次の二点である。

- (1) 外部データ取込みの二重構造化
- (2) タスクを関連する共通エリアとの関係で類別し、類単位の実行順序制御（同一類内では、実行順序は固定）

外部データの取込みは、その要求である外部割込発生時点で処理しなければ、データの失われる恐れがある。したがって、外部データは一応入力データエリアに読みとり、他のタスクの使用する共通エリアへの転送を行なうタスクの起動要求は出しておいて、その実行は別に管理する。したがって、図 7.5 では外部データを直接読みとるタスクは図示していない。

(b) タスクの分類

同一の共通エリアを使用する二つのタスクの実行順序が異なると、両計算機での計算出力が異なる。したがって、同一の共通エリアに関係しているタスクの集合は少なくとも、両計算機では同一順序で実行されねばならない。以上のタスクの他に、異なる共通エリア間のデータ転送を行なうタスクがあるため、異なる共通エリアに関係しているタスクの間の実行順序も完全に自由にするわけにはいかない。この自由度を高めるには、データ転送タスクの実行時点を管理しなければならない。

以上の考察から、図 7.5 に示すタスクを次のように分類する。共通エリアが n 個あるとし、それに 1 から n の番号をつける。共通エリア i のみに関係しているタスクの集合を固有タスク集合(i)と呼び、 $T_i : i \in I_n$ (ただし、 I_n は 1 から n までの自然数の集合)で示す。共通エリア i と j との間のデータ転送を行なうタスクの集合を転送タスク集合(i, j)と呼び、 $T(i, j) : (i, j) \in W_n$ (ただし、 W_n はデータ転送のある共通エリアの全ての対の集合)で示す。

(c) 割込処理順序の同一化

割込信号としては、外部割込信号のみではなく、他タスク起動要求などの内部割込信号をも含める。計算結果の同一化がはかられるためには、両計算機での割込信号の取り込み順序の同一化をまずはからねばならない。それがこの割込処理順序の同一化である。

これを行なうためには、中央監視装置にそのレジスタ 1, 2 の内容の Exclusive OR を取るロジックとその結果を記憶し両計算機から読みとれるようにするための第 3 のレジスタが必要である。ソフト的には、主記憶装置内に優先レベル別に割込要因テーブルと割込同一化タスクとを設ける。以上述べた割込順序の同一化手順(割込同一化タスク)を図 7.6 に示す。

外部、内部割込信号の中で、両計算機での処理順序の同一化をはかる必要のあるものは、まず割込要因テーブルに記入する。計算結果の比較の場合と同様に、各レベルの割込要因が記入されると、中央監視装置に照合要求を出す。両計算機からあるレベルの要求が出そうと、各計算機にそのレベルの要因をレジスタ 1, 2 に送出させ、その Exclusive OR を取る。各計算機はこの内容を読みとり、割込要因テーブルと比較し、両計算機間で一致している割込要因を認識する。このように一致のとれた要因のタスクのみ起動要求状態とし、その要因は割込要因テーブルから削除する。

割込同一化タスクの l 回目の動作で起動要求状態となったタスクを各タスク集合別に分

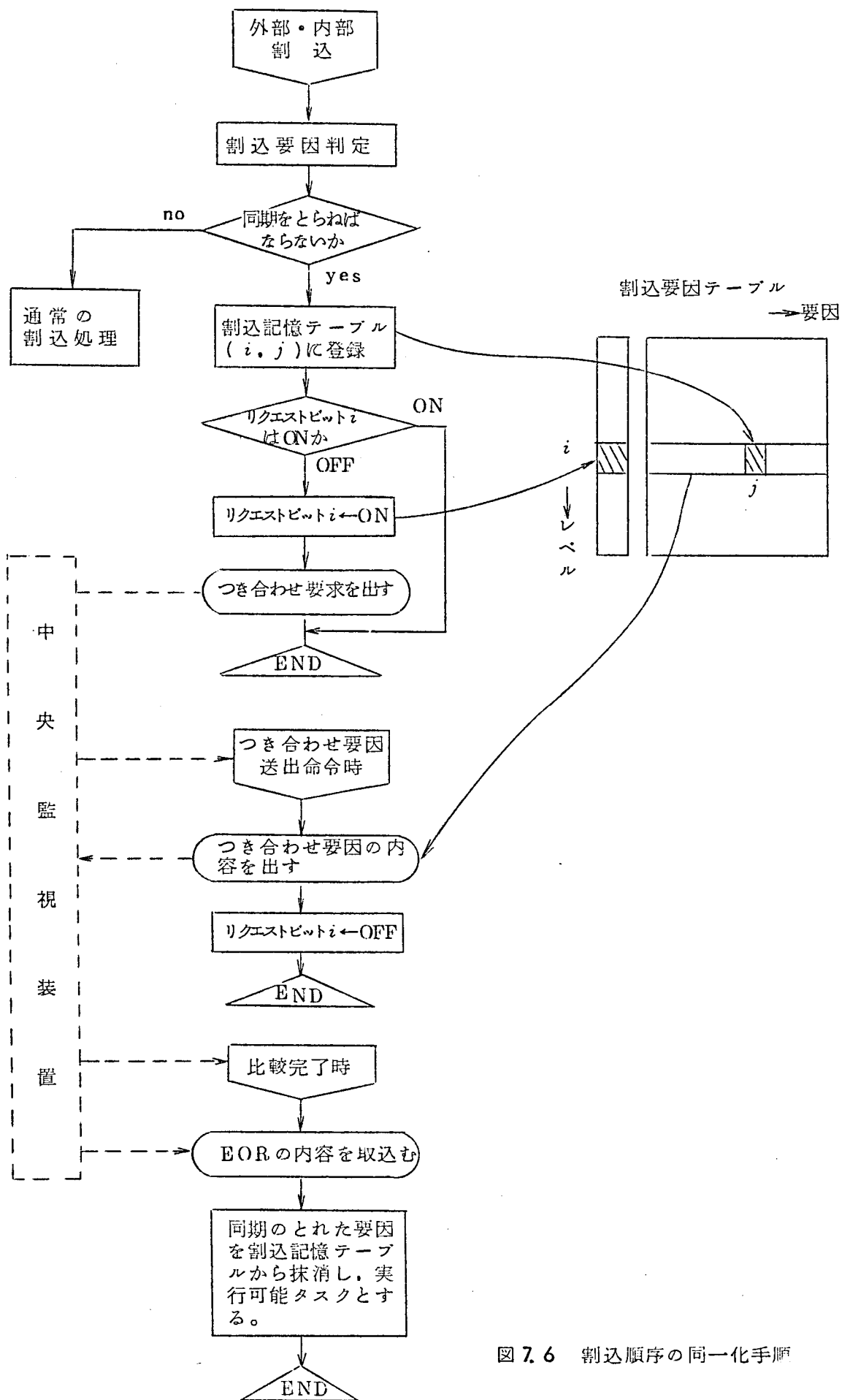


図 7.6 割込順序の同一化手順

類するために以下の記号を導入する。

$$T_{(i)}^l : i \in T_n^l, \quad I_n^l \subset I_n$$

起動要求状態となった固有タスク集合(i)の部分集合

$$T_{(i,j)}^l : (i,j) \in W_n^l, \quad W_n^l \subset W_n$$

起動要求状態となった転送タスクの集合(i,j)の部分集合

(d) 実行順序制御

起動要求状態となったタスクの集合をどのような順序で実行させれば、計算の同一性がえられるかを次に述べる。この順序制御では相手計算機の進行状態を新たに知る必要はない。この実行順序のルールは次の通りである。

(i) $T_{(i)}^l$ のタスクの実行条件

$$T_{(i,j)}^k \cdot T_{(i)}^{k-1} : k \leq l \text{ なるタスクは全て実行完了}$$

(ii) $T_{(i,j)}^l$ のタスクの実行条件

$$T_{(i)}^k \cdot T_{(j)}^k : k \leq l-1 \text{ なるタスクは全て実行完了}$$

各タスク集合内のタスクの実行順序はあらかじめ定められているものとする。

このルールにより計算結果の同一性がえられることは、 l に関する数学的帰納法によりつぎのように証明できる。まず $l=1$ のときは、明らかに成立する。 $l=l'-1$ のとき成立と仮定、すなわち、割込同一化タスクの $(l'-1)$ 回目までの動作で起動要求状態となったタスクを条件(i), (ii)のルールで実行させたとき、計算の同一性がえられていると仮定する。そのとき、条件(ii)より $T_{(i,j)}^{l'}$ に含まれるタスクの実行は、 $T_{(i)}^k, T_{(j)}^k : k \leq l'-1$ の全タスクの実行完了後であるから、その転送内容は両計算機で一致する。この結果と、帰納法の仮定により、 $T_{(i,j)}^{k-1}, T_{(i)}^{k-1} : k \leq l'$ の計算が完了すれば両計算機の計算結果は一致し共通エリア i の内容が一致することから、 $T_{(i)}^{l'}$ の結果も一致する。したがって、 $l=l'$ のときも成立し証明が完成した。

(e) タスク集合別の計算結果の比較

上に述べた方式により、異なる固有タスク間ではタスクの実行順序はほぼ任意にすることができた。したがって、計算結果の照合を単に計算の終了したものから行なっていたのでは、同一タスクの計算を比較することにはならない。各固有タスク集合内のタスクでは計算順序は同一であるから、各固有タスク集合の計算毎に照合待行列を作り計算結果の比較を行なう(図7.7参照)。

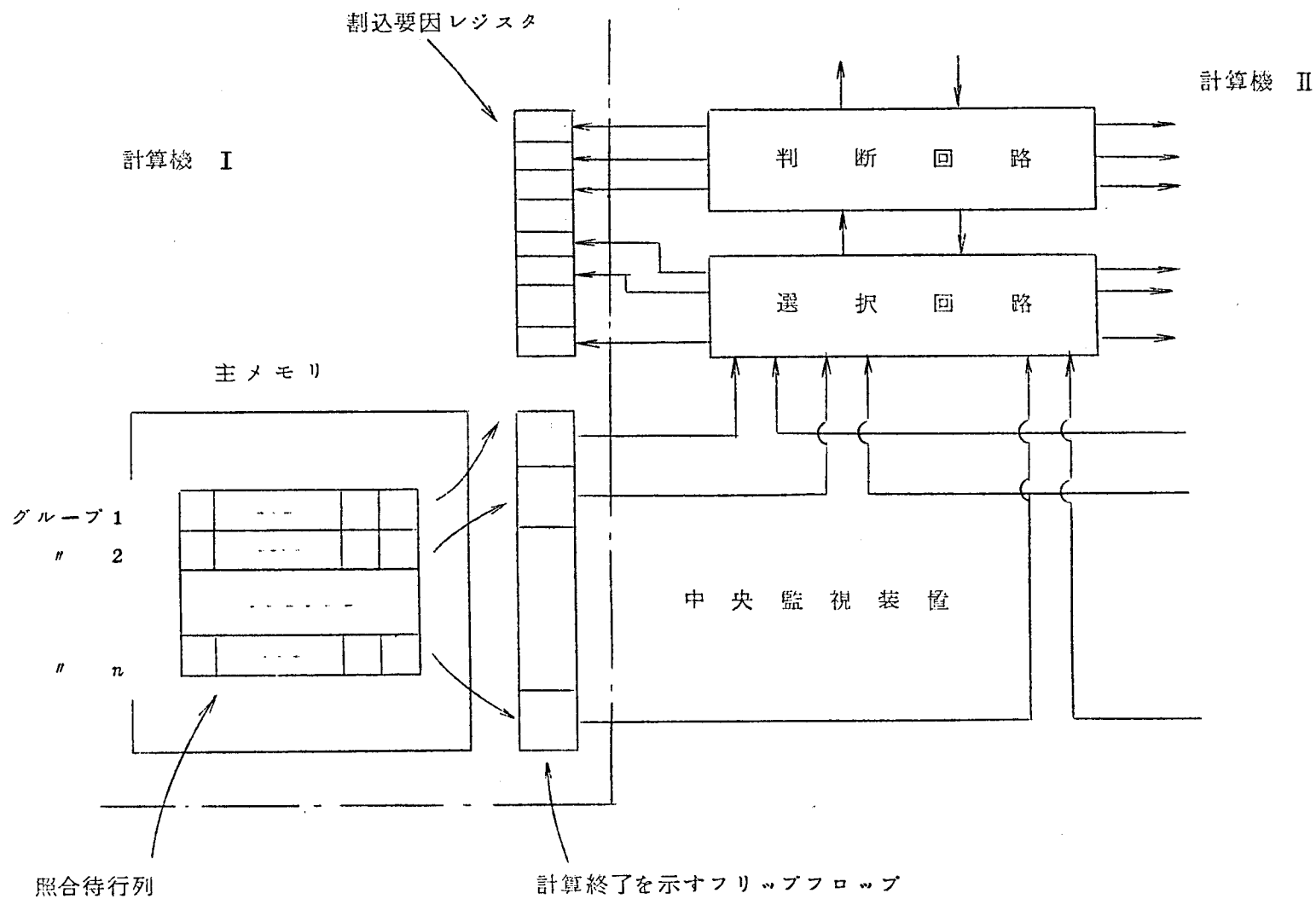


図 7.7 中央監視装置と計算機とのインタフェース

転送タスク集合 (i, j) のタスクは固有タスク集合 (i) , または (j) に含ませて計算結果の照合を行えばよい。なぜなら、転送タスク集合 (i, j) と固有タスク集合 (i) とを合わせたタスク集合のタスクの実行順序は両計算機で同一となるからである。

7.4.3 復帰方式

単独運転から並列運転に復帰する際には

(1) 復帰のために正常計算機から復帰計算機へデータを転送するときには、他のタスクは実行してはいけないし、また処理途中であってもいけない。

(2) 再スタート時は割込に関して同一状態でなければならない。

(1)の前半は、二重系再スタート時に両計算機のデータ内容が異ならないようにするためであり、(1)の後半は処理途中のタスクの状態を復帰計算機へ転送する困難さを防ぐためである。(2)は、一方では処理済、他方では未処理という割込要因があってはいけないためである。

(1)の対処のためには、復帰タスクの割込レベルを最下位におき、処理途中のタスクのない状態で、復帰タスクを実行させ、重要でないタスクにはマスクをかける。ただし、優先度の高いタスクの実行要求が入れば、復帰処理は白紙に返して、次の処理途中のタスクのない状態を待つことにする。

(2)の対処のためには、図 7.8 で示すハードウェアを用いる。復帰計算機では、復帰処理がスタートするまで割込信号が来ないようにゲートをロックし、このゲートを開くタイミングは復帰タスクの割込みを計算機内に取り込む時点とする。

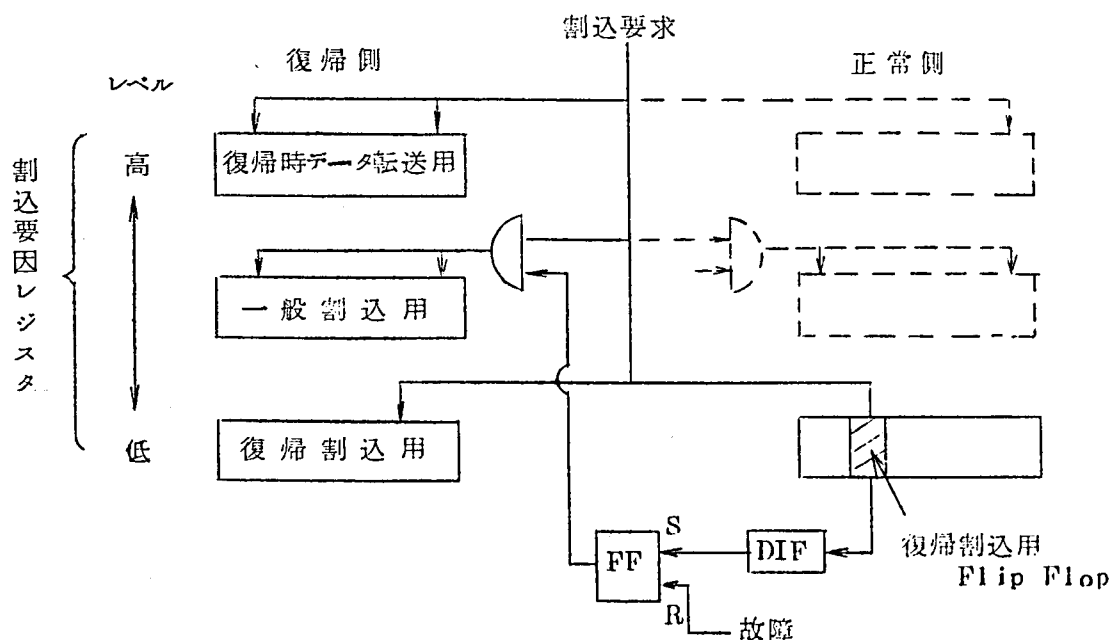


図 7.8 復帰のためのタイミングロジック

7.5 信頼化評価²⁾¹⁰⁾

7.5.1 評価モデル

第 7.2.3 項で導入した信頼性の評価尺度を用い、第 7.5 節で提案した二重系計算機システムを他方式と比較する。

二重系計算機システムの信頼性を寿命と情報の両面から評価するために、運転状態を次の四つに分類する(図 7.9)。

- 状態 0 : 二重系として正常運転状態
- 状態 1 : 単独系として正常運転状態
- 状態 2 : フェルセーフに運転停止した状態
- 状態 3 : フェルアウトな動作状態

状態 1 には一台の計算機が故障している場合と中央監視装置が故障している場合とがある。状態 2 または状態 3 となるのは、二台の計算機が共に故障している場合とは限らない。いずれか一台の計算機しか故障していない場合であっても、故障計算機を識別できないときには、これらの状態に移移する。状態 2 と 3 とが保持状態(図 7.9)となっているのは、二重系計算機システムの MTBF とフェルアウト率のみを知るのが目的であるからである。

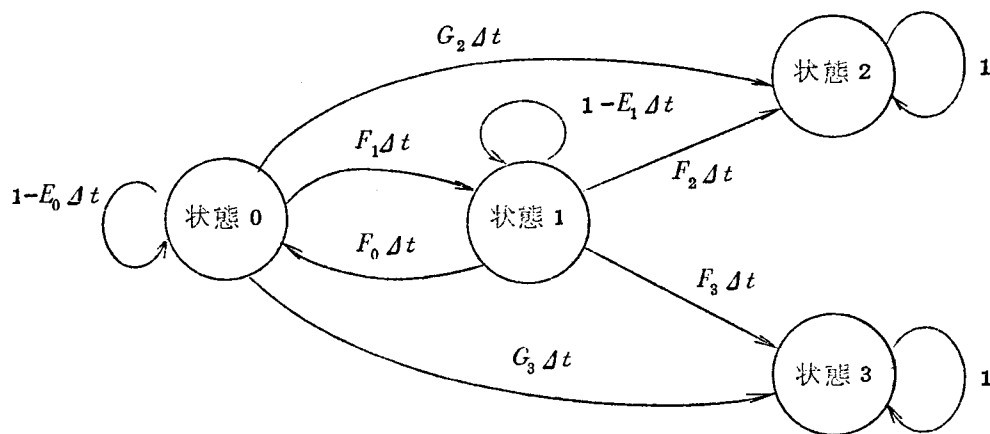


図 7.9 二重系計算機システムの状態遷移図

時刻 t において、二重系が状態 i ($i=0, 1, 2, 3$) にある確率を $P_i(t)$ とする。 $t=0$ では、二台の計算機共正常と考えるべきであるから、

$$P_0(0)=1, P_i(0)=0; i=1, 2, 3 \quad (7.1)$$

となる。二重系の MTBF₂ と使命時間 T に対するフェルアウト率 FOR(T)とは次式で定義

できる。

$$MTBF_2 = \int_0^{\infty} t \{ P'_2(t) + P'_3(t) \} dt \quad (7.2)$$

$$FOR(T) = P_3(T) \quad (7.3)$$

各計算機，中央監視装置などのハードウェアの故障率および修理率が共に時間に関し一定であるとすれば図 7.9 より，各状態確率 $P_i(t)$ の間には，次の連立方程式が成立する。

$$dP_0(t)/dt = -E_0 P_0(t) + F_0 P_1(t) \quad (7.4)$$

$$dP_1(t)/dt = F_1 P_0(t) - E_1 P_1(t) \quad (7.5)$$

$$dP_i(t)/dt = G_i P_0(t) + F_i P_1(t) \quad ; \quad i=2, 3 \quad (7.6)$$

ただし，これら係数（図 7.9）は定数となる。式（7.1）～（7.6）より次式をうる。

$$MTBF_2 = \frac{(\alpha + E_1)(G_2 + G_3) + F_1(F_2 + F_3)}{\alpha^2(\alpha - \beta)} + \frac{(\beta + E_1)(G_2 + G_3) + F_1(F_2 + F_3)}{\beta^2(\beta - \alpha)} \quad (7.7)$$

$$FOR(T) = \frac{E_1 G_3 + F_1 F_3}{\alpha \beta} + \frac{\alpha G_3 + E_1 G_3 + F_1 F_3}{\alpha(\alpha - \beta)} e^{\alpha T} + \frac{\beta G_3 + E_1 G_3 + F_1 F_3}{\beta(\beta - \alpha)} e^{\beta T} \quad (7.8)$$

$$\text{ただし, } \alpha, \beta = \frac{1}{2} \{ -(E_0 + E_1) \pm \sqrt{(E_0 + E_1)^2 - 4(E_0 E_1 - F_0 F_1)} \} \quad (< 0) \quad (7.9)$$

7.5.2 状態遷移確率

以上では，二重系計算機システムの自動切替方式に関して在来方式との比較を行なうが，計算機単体のハードウェアは同一とし，たとえばバリティなどの故障検出装置は各計算機には同一のものがつけられているとする。

(i) 方式 I（提案方式）

(ii) 方式 II（在来方式）¹⁾

在来方式は自動切替に関し，つぎの(i)，(ii)の方式をとるものである。

(i) 計算結果の照合：いずれか一方の計算機で実施。相手計算機の内容を読むデータ交換装置が必要。

(ii) 故障計算機の識別：照合不一致の場合，各計算機の診断をソフトウェアで行ない，その結果をいずれか一方の計算機が判断し故障計算機を識別。

信頼性評価のために，次のパラメータを導入する。

λ ：計算機の故障率

λ_c : 中央監視装置の故障率

λ_d : 方式Ⅱのデータ交換装置の故障率

μ : 計算機，中央監視装置，データ交換装置の修理率

δ : 誤った結果を外部に出力する前にパリティなどのハードウェアで故障が
検出される確率

P_s : 故障時に有意な診断データがソフトウェアで得られる確率

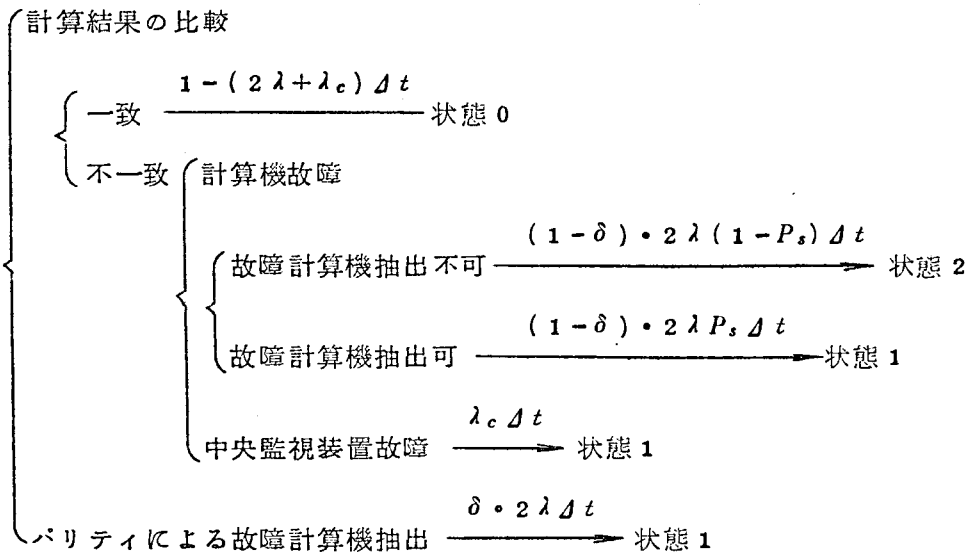
P_a : 故障計算機で正しい判断ができ，正しい自動切替の行なえる確率

従来，冗長系の信頼性の計算では故障モジュールの検出と切替とが間違いなく行なえるものとしていることが多いが，実際はその確率は1ではない。それを評価するために導入されたパラメータが P_s ， P_a である。

(a) 方式Ⅰの状態遷移確率

(i) 状態0からの遷移

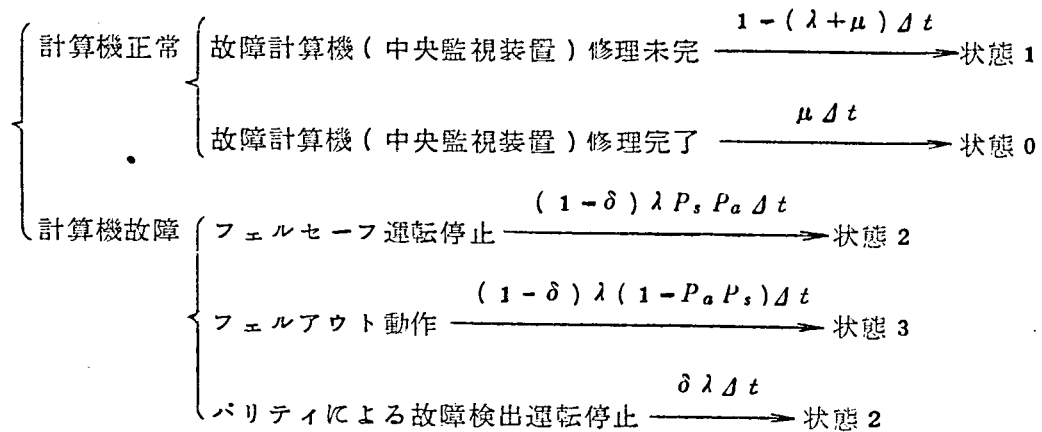
生起しうる各場合について遷移確率を求めると以下のようなになる。



ただし，中央監視装置が故障のとき計算結果は不一致としているのは，この装置が専用装置であるため，その故障のときフェルセーフ動作が可能だからである。また，以上の結果の誘導法を示すために，たとえば計算結果の比較が不一致で中央監視装置が正常な場合を考えてみよう。これは，パリティで計算機の故障が最初に発見されない場合であり， Δt 時間にこの場合となる確率は $(1-\delta)2\lambda\Delta t$ である。計算結果の比較が不一致であれば，いずれの計算機が故障であるか判定しなければならない。中央監視装置が正常である限り有意な診断データがえられれば，正しい切替が可能である。したがって，

$(1-\delta)2\lambda P_s \Delta t$ で状態 1 に、 $(1-\delta) \cdot 2\lambda(1-P_s) \Delta t$ で状態 2 に遷移する。 Δt 時間に二台以上の計算機または中央監視装置が故障する確率は、 $(\Delta t)^2$ のオーダーであって無限小である。

(iii) 状態 1 からの遷移



単独運転の場合には、故障計算機が診断データの作成とそれによる判断とを共に行なうため、パラメータ P_a が上の図式にあらわれてくる。そのため、フェルアウト状態 (状態 3) への遷移確率があらわれる。

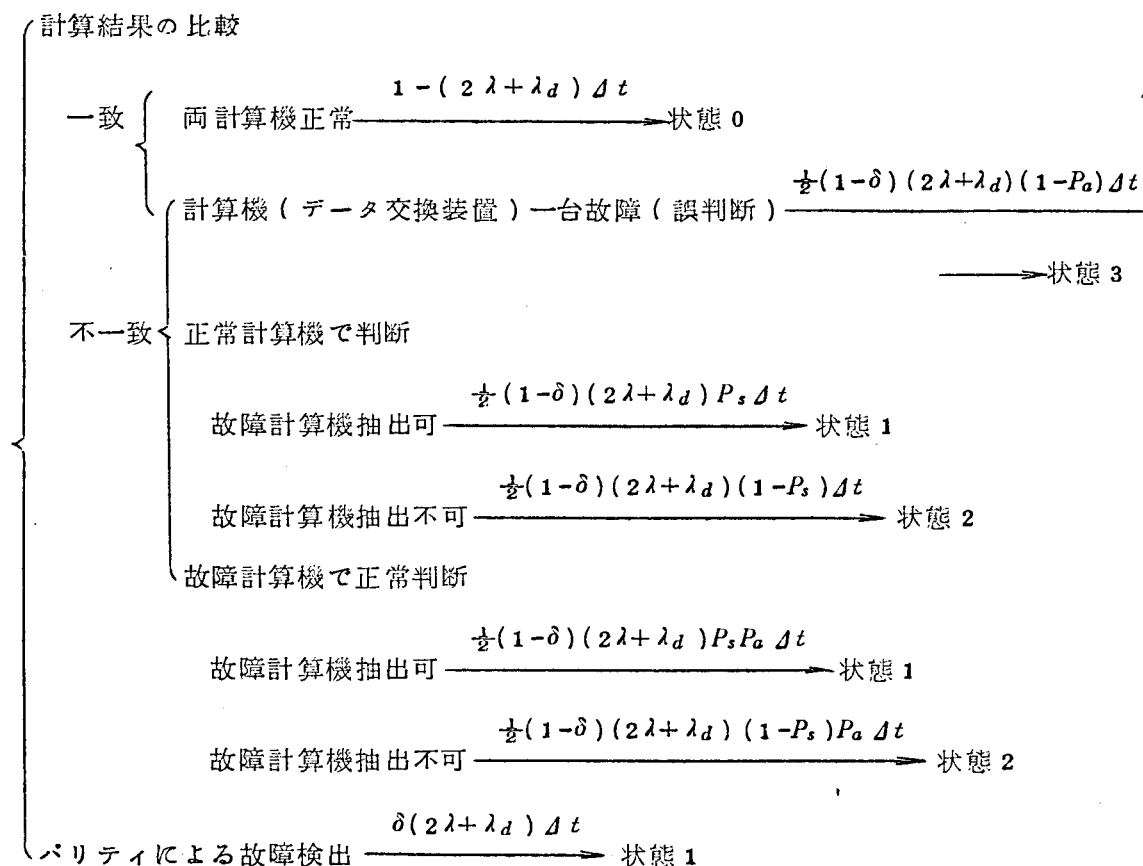
以上の結果をまとめると、方式 I の各状態遷移確率は表 7.1 となる。

表 7.1 システム I の状態遷移確率

E_0	$2\lambda + \lambda_c$
E_1	$\lambda + \mu$
F_0	μ
F_1	$(1 - \delta) 2\lambda P_s + \delta \lambda + \lambda_c$
F_2	$(1 - \delta) \lambda P_s P_a + \delta \lambda$
F_3	$(1 - \delta) \lambda (1 - P_s P_a)$
G_2	$(1 - \delta) 2\lambda (1 - P_s)$
G_3	0

(b) 方式Ⅱの状態遷移確率

(i) 状態0からの遷移



方式Ⅱでは、計算結果の比較と自動切替の判断とはいずれか一方の計算機で行なわれるため、それが故障計算機で行なわれる確率は $\frac{1}{2}$ である。したがって、上の図式では各遷移確率に $\frac{1}{2}$ の係数がかかっている。

(ii) 状態1からの遷移

状態1は単独運転状態であるため、方式Ⅰの場合と同じであり、状態遷移確率は表7.2となる。

表 7.2 システムⅡの状態遷移確率

E_0	$2\lambda + \lambda_d$
E_1	$\lambda + \mu$
F_0	μ
F_1	$\frac{1}{2}(1-\delta)(2\lambda + \lambda_d)P_s(1+P_a) + \delta(2\lambda + \lambda_d)$
F_2	$(1-\delta)\lambda P_sP_a + \delta\lambda$
F_3	$(1-\delta)\lambda(1-P_sP_a)$
G_2	$\frac{1}{2}(1-\delta)(2\lambda + \lambda_d)(1-P_s)(1+P_a)$
G_3	$\frac{1}{2}(1-\delta)(2\lambda + \lambda_d)(1-P_a)$

7.5.3 信頼性の定量的評価

前項で導入したパラメータのうち、 $\lambda, \lambda_c, \lambda_d, \mu, \delta$ は各装置の規模からほぼ推定することができるが、 P_s, P_a の妥当な値は定めにくい。そのため、各方式の信頼性の値を適正に定めることは困難である。目的は方式Ⅰの方式Ⅱに対する相対的優位性の度合を示すことにある。したがって、 P_s, P_a の値の全範囲の全ての値に対して各方式の信頼性を求めることにする。

$\lambda, \lambda_c, \lambda_d$ は装置の規模から、 μ は経験的に、

$$\mu/\lambda=1.00, \lambda_c/\lambda=0.05, \lambda_d/\lambda=0.05, \delta=0.5$$

と定める。 $\delta=0.5$ とはバリティで誤りが最初にみつかる確率が $1/2$ ということである。 δ を変えても、方式Ⅰの方式Ⅱに対する信頼性の相対的優位性に関係のないことは、前項のモデルよりわかるように両方式共バリティによる効果は同一だからである。

図7.10は、 $MTBF_2/MTBF_1 \sim P_s, P_a$ 曲線を与えている。ただし、 $MTBF_1$ は一台の計算機のMTBFである。 P_a が1に近づくとしたが、方式Ⅱの $MTBF_2$ は増加するが、故障計算機で正常な判断（フェルセーフな判断を含む）が常にできない限り、方式Ⅰより寿命の信頼性は劣ることを示している。

図7.11は、 $FOR \sim P_s, P_a$ 曲線を示す。 $T=1.0 * MTBF_1$ としているのは、図7.10より二重系の寿命の信頼性がこの程度はえられるはずと考えられるからである。フェルアウト率、すなわち、情報の信頼性に関しては、方式Ⅰは方式Ⅱより一桁程度秀れていることを、図7.11は示している。

λ_c が λ_d よりかなり大きくなると、 P_a が小さくとも寿命の信頼性の面では方式Ⅱが方式Ⅰより秀れてくる場合がでてくる。しかし、方式Ⅰでは診断の最終決定がフェルセーフな判断の可能な専用機械で行なうため、方式Ⅰの方式Ⅱに対する優位性はくずれない。

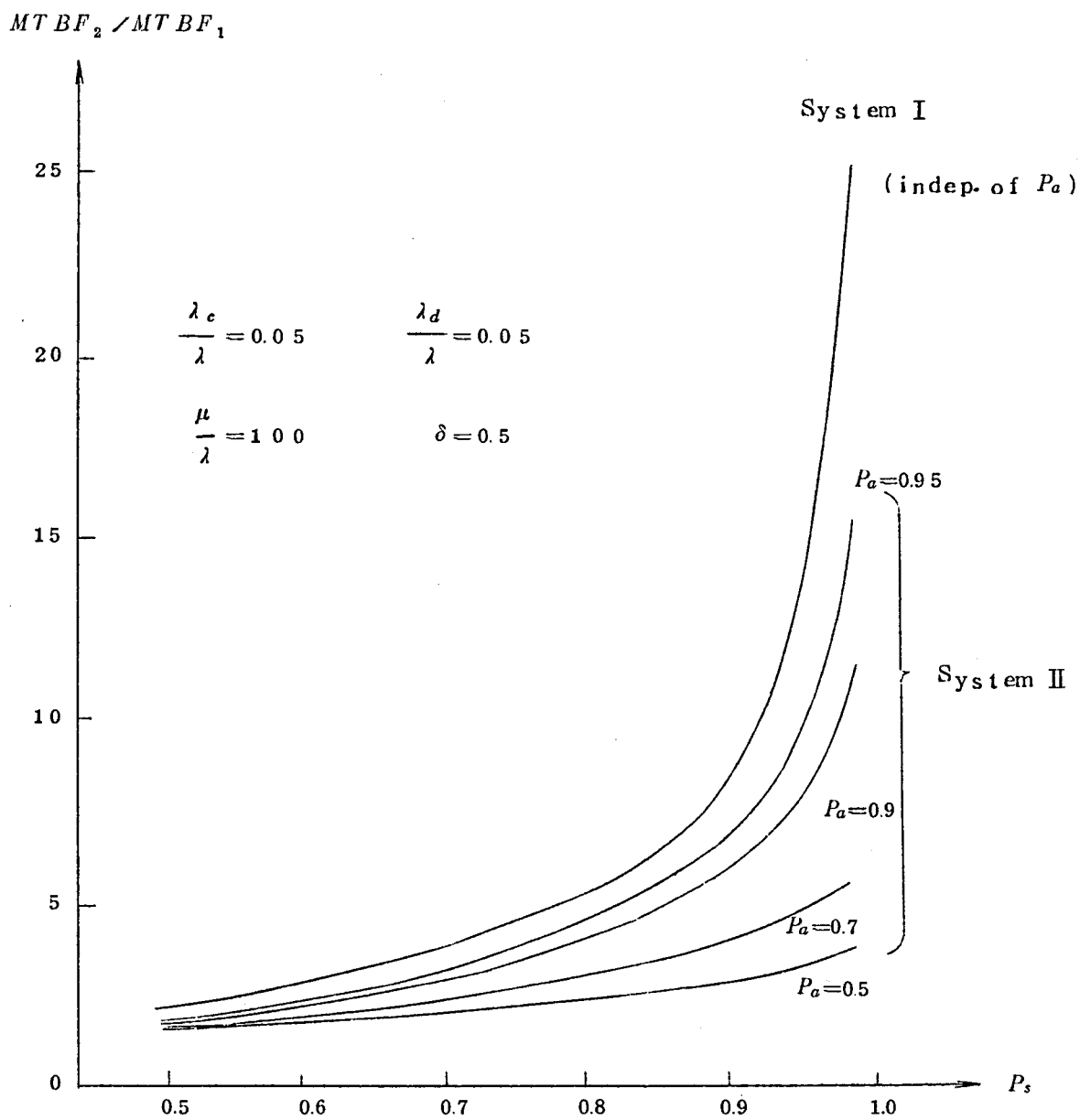


图 7.10 $MTBF_2 / MTBF_1 - P_s, P_a$

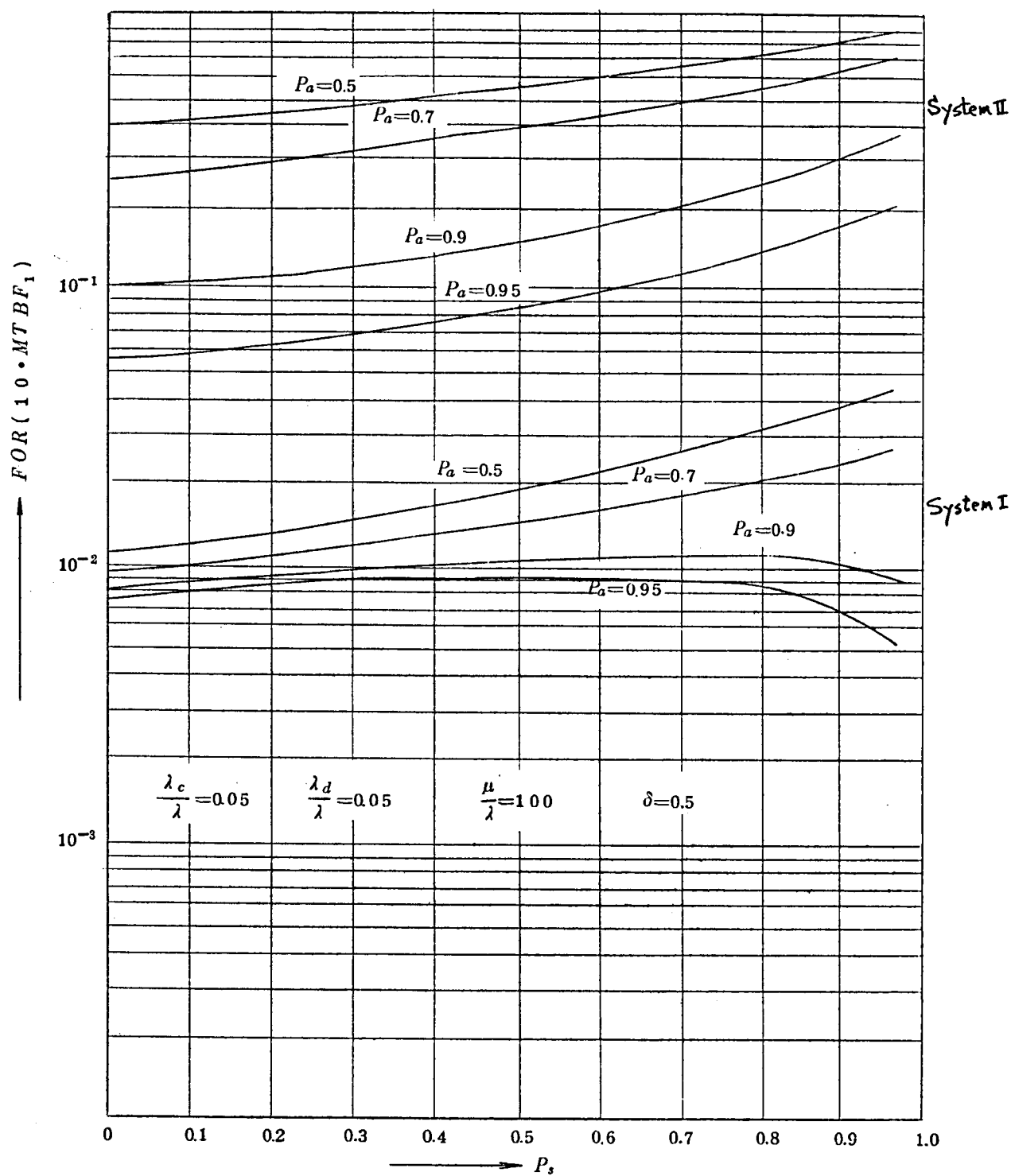


図 7.1 1 フェルアウト率 - P_s , P_a

7.6 第7章のまとめ

第7章で明らかにした事項は次の通りである。

- (1) 計算機の信頼性を寿命の信頼性と情報の信頼性（フェルセーフ）とで評価すべきであることを明らかにして、計算機のフェルセーフを故障時に異常出力を出すことなく外部に知らせる能力と定義した。
- (2) マルチコンピュータにおける自動切替の過程を、診断データの作成、故障モジュールの決定、リソースアロケーションの3段階に分け、各段階での誤りと両信頼性との関係を明らかにした。
- (3) (2)の考察をもとに、“故障モジュールの決定”のみを小型の専用のハードウェア（中央監視装置）で行なう自動切替方式と、その方式による二重系計算機システムとを提案した。
- (4) オンラインシステムにおけるタスク群と共通テーブルとの関係を明らかにし、完全な同期化を行わずに両計算機の計算結果を同一化するタスク群の実行順序に関するスケジュール制御方式と、単独系から二重系への復帰方式とを提案した。
- (5) 寿命の信頼性としては $MTBF$ （故障間平均時間）、情報の信頼性としてはフェルアウト率（フェルアウトに故障する確率）をとり、診断プログラムで有意な診断データがえられる確率と異常計算機で正常な判断が行なえる確率との関係でこれら进行评估する方法を提案した。
- (6) 提案方式が、寿命の信頼性に関しては1～10倍、情報の信頼性に関しては10倍程度すぐれていることを定量的に示した。

第 8 章 結 言

第 8 章 結 言

本論文では、システム工学を、従来の工学と社会科学との境界領域としての立場でシステムを扱う工学として位置づけた。システム工学の対象となるシステムの特徴は、複雑さ、不確実さ、時間依存性にある。システム制御の中で、システムの複雑さに根ざす主要問題が、ここで述べたスケジューリング問題である。スケジュールは、それ自身の持つフィードホールド制御機能に加わえて、フィードバック制御機能を持つ必要があるため、スケジュール制御の概念が導入された。

スケジューリング問題の具体的テーマとして、まず第一に生産システムを取りあげた。現在の生産システムでは、消費者の多様な要求を満たすための多種生産と安価のための多量生産との両立をはかる必要と、労働力の有効活用とのために、生産工程の負荷バランスをはかることが困難になっている。

この負荷バランスをはかるには、設備計画に中心を置く方法と、工程での物の流れの制御に中心を置く方法のあることを示した。前者を静的ラインバランス、後者を動的ラインバランスと定義した。

静的ラインバランスの方法としては、中間在庫に関する新しい解釈と、切替生産の最適スケジューリング手法を与えた。従来の在庫理論は、市場と倉庫の立場から考察されているのに対し、提案した中間在庫の解釈は生産工程の負荷バランスをはかる立場からのものである。負荷バランスがはかれる最小の在庫量として限界在庫量なる概念を導入した。切替生産の最適スケジューリング理論は、初期条件、生産工程の能力条件の下に、段取り損失の最適化をはかるスケジューリング手法である。

動的ラインバランスの方法として、単一工程に対しては混合生産の最適スケジューリング手法を、工程列に対しては、半混合生産の概念を与えた。

切替生産、混合生産の両方の最適スケジューリング手法は、ブランチアンドバウンド法による厳密に最適化を求める手法である。

交通システムは、遠距離輸送、都市内大量輸送、集配的輸送の三段階に分類でき、これらの運行ダイヤ（スケジュール）は、固定ダイヤ、フローティングダイヤ、フリーダイヤの三つの異なる形態を取るべきであると述べた。フローティングダイヤについては、そのダイヤの最適制御方式（運転整理）を与えた。これは、乗客の時間的変動（乗客のダイナ

ミックス), 列車の運行上の規制(列車運行のダイナミックス)との関連で, 列車群の運行管理を行なうものである。

最後に, 高信頼化二重系計算機システムを提案し, その二重系としてのモニタシステムを述べた。計算機の各モジュールは生産機械に, 各タスクの計算実行は材料の加工に対応し, モニタはスケジュール制御を行なうものである。この意味で, 二重系計算機システムをあえて議論することにした。

本論文で, システム工学におけるスケジューリング問題を種々扱って来たが, 不十分な点も多い。生産システムの“ラインバランス”問題に限っても, 需要変動時の中間在庫の制御問題, 半混合生産, 並列生産の最適スケジューリング手法, 交通システムに関しては, フローティングダイヤの提案した最適評価尺度と輸送力との関係の分析, フリーダイヤのスケジューリング方式などである。

謝 辞

本論文を纏めるにあたって, 御懇切なる御指導を頂いた京都大学工学部三根久教授, 清野武教授に深く感謝致します。本研究は日立製作所に昭和41年入社後行なって来た仕事そのものであるが, その間熱心な研究指導と研究内容に対する深い理解を示され, 自由な研究環境を与えて頂いた三浦武雄博士には, 格別の感謝の意を表わしたい。只野文哉博士, 島田正三博士から, 本研究に対する深い理解と暖かい御指導を頂いたことは忘れられない。

本研究は具体的な計算制御システムの開発の中で生まれて来たものであるため, 機電事業本部の泉事業本部長, 計算制御本部の岩田本部長, 小野主任技師, 大みか工場藤木副工場長, 宅間部長, コンピュータ事業部の岡野屋部長代理の御援助がなければ, この論文は書けなかったと感謝している。

本研究実施中, 直接の上長であった, 三巻主任研究員, 石川主任研究員, 奈良主任研究員には, 御討論, 御意見を頂いたこと, また, 共同研究者として, 三留研究員, 福岡氏, 高田氏の積極的な協力を得たことを感謝したい。

参 考 文 献

第 1 章

- 1) R.W. Conway, W.L. Maxwell and L.W. Miller, "Theory of Scheduling", Addison-Wesley, 1967
- 2) A.S. Manne, "On the Job-shop Scheduling", Operations Research, Vol.8, pp. 219~223, 1960
- 3) J. Heller, "Some Numerical Experiments for an MxN Flow Shop and its Decision Theoretical Aspect", Operations Research, Vol.8, pp.178~184, 1960
- 4) S.M. Johnson, "Optimal Two and Three Stages Production Schedules with Setup Times Included", Naval Res. Log. Quart., 1, 1954
- 5) H. Emmons, "One Machine Sequencing to Minimize Certain Functions of Job Tardiness", Operations Research, Vol.15, pp.701~715, 1969
- 6) 中川, "スケジューリングの理論", PERT講座N拡張編. 東洋経済新報社. 昭和42年
- 7) A.S. Manne, "One the Job-shop Scheduling", Operations Research, Vol.8, pp.487~503, 1960
- 8) H.H. Greenberg, "A Branch-Bound Solution to the General Scheduling Problem", Operations Research, Vol.16, pp.353~361, 1968
- 9) 猪瀬博, 浜田喬, "道路交通管制", 産業図書, 昭和47年
- 10) IBM VSP/360, 配送計画プログラム, 日本アイビーエム
- 11) 村手他, "バス運行計画作成の自動化", 日本オペレーションズリサーチ学会1966年秋季発表会アブストラクト集, 1966年11月
- 12) 稲田他, "列車ダイヤ作成の自動化", 鉄道技術研究報告 609, 1967年9月
- 13) M.H. Rothkoph, "Scheduling Independent Tasks on Parallel Processors", Management Science, Vol.12, pp.437~447, Jan., 1966

- 14) G.K. Manacher, "Production and Stabilization of Real-time Schedules", J. ACM, Vol.14, pp.429~465, July, 1967
- 15) R.H. Muntz et al., "Optimal Preemptive Scheduling on Two-Processor Systems, IEEE Trans. on Computers, Vol.18, No.11, Nov., 1969
- 16) C.F. Long and J.D. Schoeffler, "Dynamic Scheduling in the Process Industries by Predictive Control", IFAC, 1968

第 2 章

- 1) R.J. Mouly, "Systems Engineering in the Glass Industry", IEEE Trans. on SSC, Vol.15, No.4, Oct., 1969
- 2) M.D. Mesarovic, "Multilevel Systems and Concepts in Process Control", Proc. of IEEE, Vol.58, No.1, Jan., 1970
- 3) 三森, "システム制御におけるスケジューリング問題". システム制御シンポジウム報告集, 情報処理学会, 1971, 8月16~18日
- 4) E.J. Ignall, "A Review of Assembly-Line Balancing", Journal of Ind. Eng., Vol.16, No.4, July-August, 1965
- 5) J.F. マギー, "生産計画と在庫管理", 紀伊国屋, 1961
- 6) 田畑, 三森, "生産工程における中間在庫理論", 昭和46年電気学会東京支部大会
- 7) 三森, "流れ作業工程の切替生産最適スケジューリング" 昭和46年電気学会全国大会
- 8) S. Mitsumori, "Optimum Production Scheduling of Multi-Commodity in Flow Line", IEEE Trans. on SMC, Vol.2, No.4, Sep., 1972
- 9) S. Mitsumori, "Optimum Schedule Control of Conveyor Line", IEEE Trans. on AC, Vol.14, No.6, Dec., 1969
- 10) 三森, 高田, "混合生産におけるコンベヤラインの最適スケジュール制御", 電気学会論文誌(C), 昭和47年3月

第 3 章

- 1) 三森, “流れ作業工程の切替生産最適スケジューリング”, 昭和46年電気学会全国大会
- 2) S. Mitsumori, "Optimum Production Scheduling of Multi-Commodity in Flow Line", IEEE Trans. on SMC, Vol.2, No.4, Sep., 1972
- 3) M.J. Sobel, "Smoothing Start-up and Shut-down Costs in Sequential Production", Opns. Res., Vol.15, pp.133~144, 1969
- 4) S.E. Elmaghray, "A Loading Problem in Process Type Production", Opns. Res., Vol.13, pp.902~914, 1967
- 5) H. Emmons, "One Machine Sequencing to Minimize Certain Functions of Job Tardiness", Opns. Res., Vol.15, pp.701~715, 1969
- 6) S.M. Johnson, "Optimum Two and Three Stage Production Schedules with Set-up Time Included", Naval Res. Log. Quart. 1, 1954
- 7) C.R. Glassey, "Minimum Change-over Scheduling of Several Production on One Machine", Opns. Res., Vol.14, pp.342~352, 1968
- 8) E.L. Lawler and D.E. Wood, "Branch-and-Bound Method --- A Survey", Opns. Res., Vol.12, pp.699~719, 1966
- 9) K. Mitome and S. Mitsumori, "Schedule Control of Multi-Commodity, Mass Production System", Tokyo Conference, Islands of Applications (IEEE Computer Society), June 13, 1962
- 10) S.M. Johnson, "Optimum Two and Three Stage Production Schedules with Set-up Time Included", Naval Res. Log. Quart. 1, 1954
- 11) E. Ignall and L. Shrage, "Application of the Branch-and-Bound Method Technique to Some Flow Shop Scheduling Problems, Opns. Res., Vol.11, pp.400~412, 1965

第 4 章

- 1) S. Mitsumori, "Optimum Schedule Control of Conveyer Line", IEEE Trans. on AC, Vol.14, No.6, Dec., 1969
- 2) 三森, 高田, "混合生産におけるコンベヤラインの最適スケジュール制御", 電気学会論文誌(C), Vol. 92(C), No. 4, 昭和 47 年 4 月
- 3) 元植, "電子計算機による工程管理", PERT 講座 N 拡張編, 東洋経済新報社, 昭和 42 年 4 月
- 4) E.L. Lawler and D.E. Wood, "Branch-and-Bound Method --- A Survey", Opns. Res., Vol.12, pp.699~719, 1966

第 5 章

- 1) E.J. Ignall, "A Review of Assembly-Line Balancing", J. Ind. Eng. 16, No.4, July-August, 1965
- 2) 三森, "システム制御におけるスケジューリング問題", システム制御シンポジウム報告集(情報処理学会プログラミングシンポジウム委員会), 1971年8月16~18日
- 3) S. Mitsumori, "Optimum Schedule Control of Conveyer Line", IEEE Trans. on AC, Vol.14, No.6, Dec., 1969
- 4) 三森, 高田, "混合生産におけるコンベヤラインの最適スケジュール制御", 電気学会論文誌(C), Vol. 92-C, No. 4, 昭和 47 年 4 月

第 6 章

- 1) S.Mitsumori, T.Sato, and I.Tsushima, "A New Automatic Warehouse System with High Picking Efficiency", ORSA/TIMS/AIIE Joint National Meeting, Nov., 8~10, 1972
- 2) 通商産業省, "通産ジャーナル", Vol. 4, № 1, 昭和 45 年 12 月
- 3) 三森, "2 次計画法による都市鉄道の運転整理", 昭和 45 年電気学会東京支部大会講演論文集
- 4) 小林, 三森, "乗客流を考慮した都市鉄道の運転整理", 昭和 46 年自動制御連合講演会予稿集
- 5) 高橋, "差分方程式", 培風館, 1961
- 6) P. Wolfe, "The Simplex Method for Quadratic Programming", Econometrica, 27, 1959
- 7) E.M.L. Beale, "On Quadratic Programming", Naval Res. Log. Quart., 6, 1959

第 7 章

- 1) 福岡, 三森, 三巻, "制御用計算機負荷シミュレーターCLS", 電気学会誌 Vol. 91, № 8, 昭和 46 年 8 月
- 2) 三森, 三巻, 福岡, 並木, "高信頼度化二重系計算機システム", 電気学会論文誌(C), Vol. 92, № 1, 昭和 47 年 1 月
- 3) S.R. Calabro, "Reliability Principles and Practice", McGraw-Hill Book Comp., 1961
- 4) H. Mine and Y. Koga, "Basic Properties and a Construction Method for Fail-Safe Logical Systems", IEEE Trans. on EC, Vol.16, No.3, 1967

- 5) S.S.Wilkes, "Mathematical Statistics", John Wiley & Sons, Inc., 1962
- 6) T.R. Bashkow, et al., "A Programming System for Detection and Diagnosis of Machine Malfunctions", IEEE Trans. on AC, Vol.12, No.1, 1963
- 7) F.F. Sellers, et al., "Error Detecting Logic for Digital Computer", McGraw-Hill Book Comp., 1968
- 8) 三森, 三巻, "高信頼計算機二重系システム", 昭和43年電気学会東京支部大会論文集
- 9) 福岡, 三森, 三巻, "制御用二重系計算機システムにおける計算同一化手法", 昭和46年電気学会全国大会論文集
- 10) 三森, 三巻, "制御用計算機の信頼性", 昭和45年電気四学会連合大会論文集
- 11) J. Dow, "Programming a Duplex Computer System", Comm. of ACM, Vol.11, Nov., 1961